Тема 1.1. Электрические цепи постоянного тока
Содержание темы:
1. Преобразование схем в задачах расчета сложных цепей постоянного тока.
2. Метод эквивалентного генератора.

1. Преобразование схем в задачах расчета сложных цепей постоянного тока.
   1.1.Последовательное соединение
   1.2.Параллельное соединение
   1.3.Смешанное соединение
   1.4.Эквивалентные участки цепи с последовательным и параллельным соединениями
   1.5.Преобразование треугольника в эквивалентную звезду
   1.6.Преобразование звезды в эквивалентный треугольник
   1.7.Эквивалентные источники ЭДС. и тока
   1.8.Преобразование схем с двумя узлами
   1.9.Перенос источников в схеме
   1.10. Преобразование симметричных схем

Преобразование схем электрических цепей:

При расчете электрических цепей часто возникает целесообразность преобразования схем этих цепей в более простые и удобные для расчета. Так, при одном или нескольких источниках электрической энергии в ряде случаев удается преобразовать электрическую схему в одноконтурную или в схему с двумя узлами, что весьма упрощает последующий расчет.

Описываемые ниже приемы преобразования схем электрических цепей применимы для цепей постоянного и переменного тока -, ради общности изложения они приводятся в комплексной записи.

Одним из основных видов преобразования электрических схем, часто применяемых на практике, является преобразование схемы со смешанным соединением элементов. Смешанное соединение элементов представляет собой сочетание более простых соединений — последовательного и параллельного, рассмотрению которых и посвящен данный параграф.

Последовательное соединение

На рис. 1 изображена ветвь электрической цепи, в которой последовательно включены комплексные сопротивления

$\mathbf{Z_1, Z_2 \ldots\ldots Z_n}$

Напряжения на отдельных участках цепи обозначены через

$\mathbf{\mathring{U}_1, \mathring{U}_2 \ldots \mathring{U}_n}$

По второму закону Кирхгофа

$$\mathring{U} = \mathring{U}_1 + \mathring{U}_2 + \ldots + \mathring{U}_n$$

или, что то же,

$$\mathring{U} = Z_1\dot{I} + Z_2\dot{I} + \ldots + Z_n\dot{I}$$

Сумма комплексных сопротивлений всех последовательно соединенных участков цепи называется эквивалентным комплексным сопротивлением.

$$Z = \sum_{k=1}^{n} Z_k$$

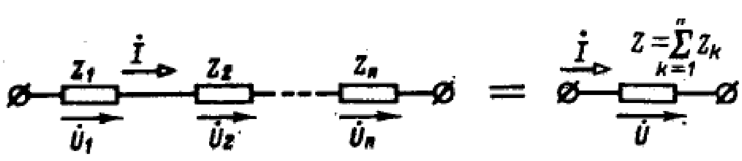


Рис 1. Последовательное соединение.

$$Z_k = r_k + jx_k$$

Если мнимые части комплексов представляют собой сопротивления одинакового характера— индуктивного или емкостного (рис. 2), то эквивалентное комплексное сопротивление **Z** находится в результате арифметического сложения в отдельности сопротивлений.

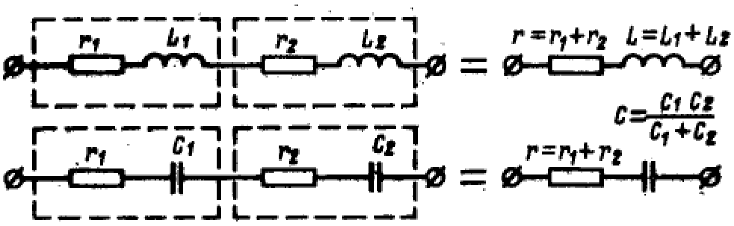


Рис. 2. Последовательное соединение однородных звеньев.

$\mathbf{r_k}$ индуктивностей $\mathbf{L_k}$ или величин $\mathbf{1/C_k}$ обратных емкостям:

$$\mathbf{Z=r+j\omega L}$$

Или

$$Z = r + \frac{1}{\omega C}$$

где

$$r = \sum_{k=1}^{n} r_k; \quad L = \sum_{k=1}^{n} L_k; \quad \frac{1}{C} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{C_k}.$$

Ток в цепи равен:

$$I = \frac{U}{Z}$$

Напряжения на участках цепи, соединенных последовательно, относятся как комплексные сопротивления этих участков: напряжение на **k-м** участке равно произведению суммарного напряжения **U** на отношение комплексного сопротивления **k-го** участка к эквивалентному комплексному сопротивлению цепи:

$$U_k = U\frac{Z_k}{Z}$$

Приведенные выше формулы справедливы при любых значениях Z_k

Параллельное соединение

На рис. 3 изображена схема электрической цепи с двумя узлами. Между этими узлами параллельно соединены ветви с комплексными проводимостями $\mathbf{Y_1, Y_2 \dots Y_n}$. Напряжение на всех ветвях одинаковое, равное **U**.

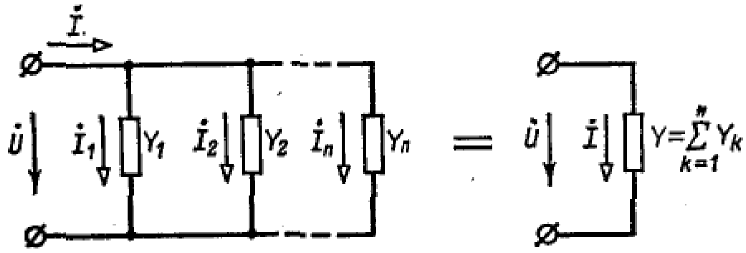


Рис. 3. Параллельное соединение

Токи в ветвях обозначены через $\mathbf{\dot{I}_1, \dot{I}_2 \dots \dot{I}_n}$

По первому закону Кирхгофа

$$\mathbf{\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dots + \dot{I}_n}$$

или, что то же,

$$\mathbf{\dot{I} = Y_1\mathring{U} + Y_2\mathring{U} + \dots Y_n\mathring{U}}$$

Сумма комплексных проводимостей всех ветвей, соединенных параллельно,

$$Y = \sum_{k=1}^{n} Y_k$$

называется эквивалентной комплексной проводимостью.

Если мнимые части комплексов $\mathbf{Y_k = g_k - jb_k}$ представляют собой проводимости одинакового характера — емкостного или индуктивного (рис. 4), то эквивалентная

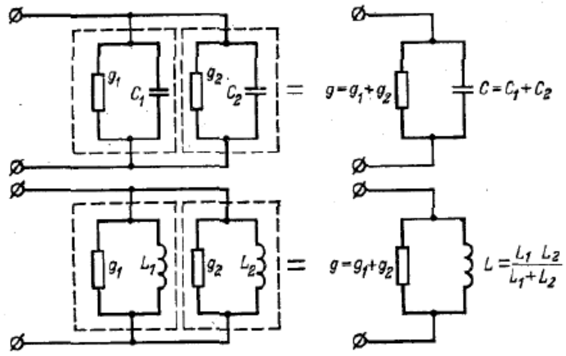


Рис. 4. Параллельное соединение однородных звеньев.

комплексная проводимость Y находится в результате арифметического сложения отдельных активных проводимостей $\mathbf{g_k}$, емкостей $\mathbf{C_k}$ или величин $\mathbf{1/L_k}$ обратных индуктивностям:

$$\mathbf{Y=g+j\omega C}$$

или

$$Y = g - j\frac{1}{\omega L},$$

где

$$g = \sum_{k=1}^{n} g_k; \quad C = \sum_{k=1}^{n} C_k; \quad \frac{1}{L} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{L_k}.$$

Суммарный ток в цепи равен:

$$\dot{I} = Y\,\mathring{U}$$

Токи в ветвях относятся, как их комплексные проводимости: ток в **k-й** ветви равен произведению суммарного тока всех ветвей на отношение комплексной проводимости **k-й** ветви к эквивалентной комплексной проводимости:

$$\dot{I}_k = \dot{I}\frac{Y_k}{Y} = \dot{I}\frac{Z}{Z_k}.$$

Данным выражением особенно удобно пользоваться при n>2. При этом значения $\mathbf{Y_k}$ могут быть любыми.

В случае параллельного соединения двух ветвей (n=2) обычно пользуются выражениями, в которые входят сопротивления $\mathbf{Z_1 = 1/ Y_1}$ и $\mathbf{Z_2 = 1/Y_2}$ ветвей; эквивалентное комплексное сопротивление равно:

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{Y_1 + Y_2}} = \frac{\mathbf{1}}{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{Z_1}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{Z_2}}} = \frac{\mathbf{Z_1 Z_2}}{\mathbf{Z_1 + Z_2}}$$

Токи в параллельных ветвях:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}\frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}; \quad \dot{I}_2 = \dot{I}\frac{Z_1}{Z_1 + Z_2},$$

t. e. ток одной из двух параллельных ветвей равен суммарному току, умноженному на сопротивление другой ветви и деленному на сумму сопротивлений обеих ветвей.

Смешанное соединение

Электрические схемы, имеющие смешанное соединение, могут быть преобразованы в более простую электрическую схему путем замены параллельных ветвей одной ветвью и соответственно последовательно соединенных участков цепи — одним участком.

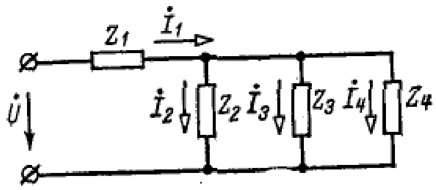


Рис. 5. Смешанное соединение.

На рис. 5 показан пример электрической цепи со смешанным соединением. Эта схема легко приводится к одноконтурной. Первоначально вычисляется эквивалентная комплексная проводимость параллельных ветвей; затем находится величина, обратная проводимости, т. е. общее комплексное сопротивление параллельных ветвей; найденное комплексное сопротивление суммируется с комплексным сопротивлением последовательно включенного участка. Полученное суммарное комплексное сопротивление эквивалентно сопротивлению исходной цепи со смешанным соединением.

Расчетные выражения для рассматриваемого случая будут следующие:

$$Y_э = Y_2 + Y_3 + Y_4 = \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4}.$$

Суммарное комплексное сопротивление всей цепи равно:

$$Z = Z_1 + \frac{1}{Y_э} = Z_1 + \frac{Z_2 Z_3 Z_4}{Z_2 Z_3 + Z_2 Z_4 + Z_3 Z_4},$$

а суммарный ток

$$\dot I_1 = \frac{\dot U}{Z}.$$

Токи в ветвях относятся, как комплексные проводимости ветвей:

$$\dot I_2 = \dot I_1 \frac{Y_2}{Y_э}; \quad \dot I_3 = \dot I_1 \frac{Y_3}{Y_э}; \quad \dot I_4 = \dot I_1 \frac{Y_4}{Y_э}.$$

Таким образом, многоконтурная электрическая схема со смешанным соединением приводится к одноконтурной,

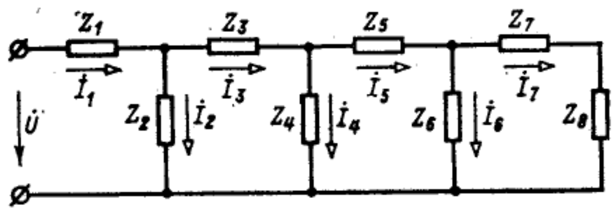


Рис. 6. Цепная схема

имеющей суммарное комплексное сопротивление **Z** или соответственно суммарную комплексную проводимость **Y**. Распределение токов и напряжений в смешанной цепи подчиняется правилам, указанным в предыдущем параграфе.

Описанный выше порядок преобразования схемы и нахождения распределения токов принципиально применим и для так называемой цепной схемы, показанной на рис. 4-6. Просуммировав комплексные сопротивления $\mathbf{Z_7}$ **и** $\mathbf{Z_8}$ в последней ветви, найдем комплексную проводимость ветви, которую алгебраически сложим с $\mathbf{1/Z_6}$ и получим суммарную комплексную проводимость двух последних ветвей; вычислив обратную величину, т. е. комплексное сопротивление, прибавим к ней $\mathbf{Z_5}$. Продолжая

На основе законов Кирхгофа разработан ряд практических методов расчета электрических цепей постоянного тока, позволяющих сократить вычисления при расчете сложных схем. Существенно упростить вычисления, а в некоторых случаях и снизить трудоемкость расчета, возможно с помощью эквивалентных преобразований схемы. Преобразуют параллельные и последовательные соединения элементов, соединение «звезда» в эквивалентный «треугольник» и наоборот. Осуществляют замену источника тока эквивалентным источником ЭДС. Методом эквивалентных преобразований теоретически можно рассчитать любую цепь, и при этом использовать простые вычислительные средства. Или же определить ток в какой-либо одной ветви, без расчета токов других участков цепи. В данной статье по теоретическим основам электротехники рассмотрены примеры расчета линейных электрических цепей постоянного тока с использованием метода эквивалентных преобразований типовых схем соединения источников и потребителей энергии, приведены расчетные формулы. Решение задач Расчет электрических цепей постоянного тока методом эквивалентных преобразований.

Задача 1.

Для цепи (рис. 1), определить эквивалентное сопротивление относительно входных зажимов a−g, если известно: $R_1 = R_2 = 0{,}5$ Ом, $R_3 = 8$ Ом, $R_4 = R_5 = 1$ Ом, $R_6 = 12$ Ом, $R_7 = 15$ Ом, $R_8 = 2$ Ом, $R_9 = 10$ Ом, $R_{10} = 20$ Ом.

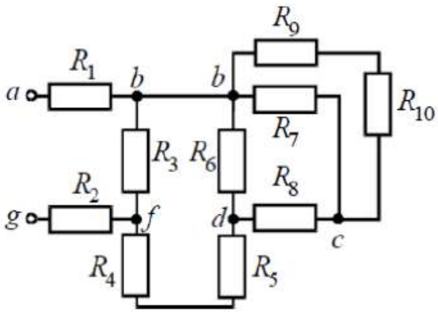


Рис. 1

Решение

Начнем эквивалентные преобразования схемы с ветви наиболее удаленной от источника, т.е. от зажимов a−g:

$$R_{11} = R_9 + R_{10} = 10+20 = 30 \text{ Ом;} \qquad R_{12} = \frac{R_{11} \cdot R_7}{R_{11} + R_7} = \frac{30 \cdot 15}{30+15} = 10 \text{ Ом;}$$

$$R_{13} = R_8 + R_{12} = 2+10 = 12 \text{ Ом;} \qquad R_{14} = \frac{R_6 \cdot R_{13}}{R_6 + R_{13}} = \frac{12 \cdot 12}{12+12} = 6 \text{ Ом;}$$

$$R_{15} = R_{14} + R_5 + R_4 = 6+1+1 = 8 \text{ Ом;} \qquad R_{16} = \frac{R_3 \cdot R_{15}}{R_3 + R_{15}} = \frac{8 \cdot 8}{8+8} = 4 \text{ Ом;}$$

$$R_э = R_1 + R_{16} + R_2 = 0{,}5+4+0{,}5 = 5 \text{ Ом.}$$

Задача 2.

Для цепи (рис. 2, а), определить входное сопротивление если известно: $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 40$ Ом.

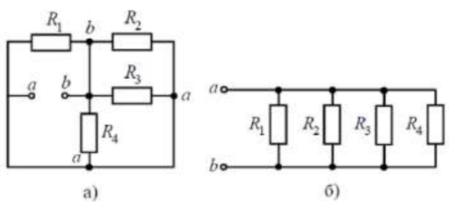


Рис. 2

Решение

Исходную схему можно перечертить относительно входных зажимов (рис. 2, б), из чего видно, что все сопротивления включены параллельно. Так как величины сопротивлений равны, то для определения величины эквивалентного сопротивления можно воспользоваться формулой:

$$R_э = \frac{R}{n}$$

где **R** — величина сопротивления,

Ом; **n** — количество параллельно соединенных сопротивлений.

$$R_э = \frac{40}{4} = 10 \text{ Ом.}$$

Задача 3.

Определить эквивалентное сопротивление относительно зажимов a–b, если $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = 10$ Ом (рис. 3, а).

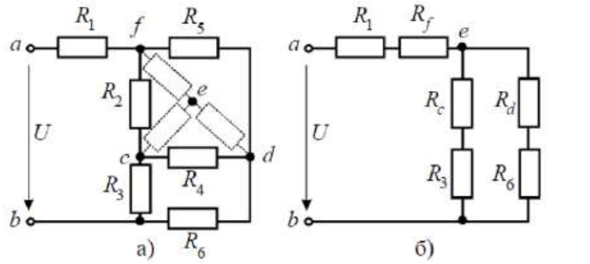


Рис. 3

Решение

Преобразуем соединение «треугольник» f−d−c в эквивалентную «звезду». Определяем величины преобразованных сопротивлений (рис. 3, б):

$$R_f = \frac{R_2 \cdot R_5}{R_2 + R_5 + R_4} = \frac{10 \cdot 10}{10+10+10} = \frac{100}{30} = 3{,}33 \text{ Ом.}$$

По условию задачи величины всех сопротивлений равны, а значит:

$$R_f = R_d = R_c = 3{,}33 \text{ Ом.}$$

На преобразованной схеме получили параллельное соединение ветвей между узлами e–b, тогда эквивалентное сопротивление равно:

$$R_{eb} = \frac{(R_c + R_3)\cdot(R_d + R_6)}{(R_c + R_3) + (R_d + R_6)} = \frac{(3{,}33+10)\cdot(3{,}33+10)}{(3{,}33+10)+(3{,}33+10)} = 6{,}67 \text{ Ом.}$$

И тогда эквивалентное сопротивление исходной схемы представляет последовательное соединение сопротивлений:

$$R_{ab} = R_1 + R_f + R_{eb} = 10 + 3{,}33 + 6{,}67 = 20 \text{ Ом.}$$

Задача 4.

В заданной цепи (рис. 4, а) определить методом эквивалентных преобразований входные сопротивления ветвей a−b, c–d и f−b, если известно, что: $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 8$ Ом, $R_3 = 4$ Ом, $R_4 = 8$ Ом, $R_5 = 2$ Ом, $R_6 = 8$ Ом, $R_7 = 6$ Ом, $R_8 = 8$ Ом.

Решение

Для определения входного сопротивления ветвей исключают из схемы все источники ЭДС. При этом точки c и d, а также b и f соединяются накоротко, т.к. внутренние сопротивления идеальных источников напряжения равны нулю.

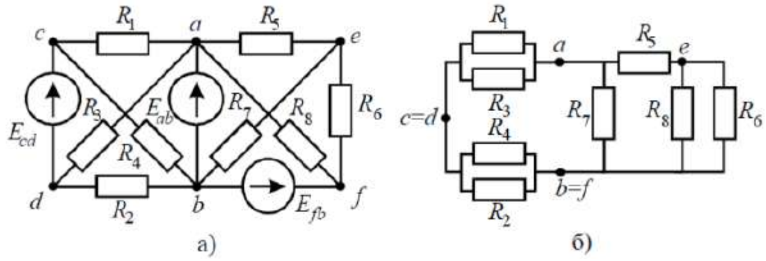


Рис. 4

Ветвь a−b разрывают, и т.к. сопротивление $R_{a–b} = 0$, то входное сопротивление ветви равно эквивалентному сопротивлению схемы относительно точек a и b (рис. 4, б):

$$R'_{ab}=\frac{R_1\cdot R_3}{R_1+R_3}+\frac{R_2\cdot R_4}{R_2+R_4}=\frac{4\cdot 4}{4+4}+\frac{8\cdot 8}{8+8}=6\text{ Ом};$$

$$R''_{ab}=\frac{\left(R_5+\frac{R_6\cdot R_8}{R_6+R_8}\right)\cdot R_7}{R_5+\frac{R_6\cdot R_8}{R_6+R_8}+R_7}=\frac{\left(2+\frac{8\cdot 8}{8+8}\right)\cdot 6}{2+\frac{8\cdot 8}{8+8}+6}=3\text{ Ом};$$

$$R_{ab}=\frac{R'_{ab}\cdot R''_{ab}}{R'_{ab}+R''_{ab}}=\frac{6\cdot 3}{6+3}=2\text{ Ом}.$$

Аналогично методом эквивалентных преобразований определяются входные сопротивления ветвей Rcd и Rbf. Причем, при вычислении сопротивлений учтено, что соединение накоротко точек a и b исключает («закорачивает») из схемы сопротивления R_1, R_2, R_3, R_4 в первом случае, и R_5, R_6, R_7, R_8 во втором случае.

$$R_{cd}=\frac{R_1\cdot R_4}{R_1+R_4}+\frac{R_2\cdot R_3}{R_2+R_3}=\frac{4\cdot 8}{4+8}+\frac{8\cdot 4}{8+4}=\frac{16}{3}\text{ Ом}$$

$$R_{bf}=\frac{\left(R_6+\frac{R_5\cdot R_8}{R_5+R_8}\right)\cdot R_7}{R_6+\frac{R_5\cdot R_8}{R_5+R_8}+R_7}=\frac{\left(8+\frac{2\cdot 8}{2+8}\right)\cdot 6}{8+\frac{2\cdot 8}{2+8}+6}=\frac{48}{13}\text{ Ом}.$$

Задача 5.

В цепи (рис. 5) определить методом эквивалентных преобразований токи I1, I2, I3 и составить баланс мощностей, если известно: R_1 = 12 Ом, R_2 = 20 Ом, R_3 = 30 Ом, U = 120 В.

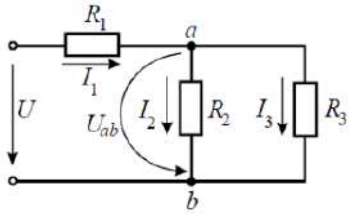


Рис. 5

Решение

Эквивалентное сопротивление для параллельно включенных сопротивлений:

$$R_{23}=\frac{R_2\cdot R_3}{R_2+R_3}=\frac{20\cdot 30}{20+30}=12\text{ Ом}.$$

Эквивалентное сопротивление всей цепи:

$$R_э=R_1+R_{23}=12+12=24\text{ Ом}.$$

Ток в неразветвленной части схемы:

$$I_1=U/R_э=120/24=5\text{ А}.$$

Напряжение на параллельных сопротивлениях:

$$U_{ab}=R_{23}\cdot I_1=12\cdot 5=60\text{ В}.$$

Токи в параллельных ветвях:

$$I_2=U_{ab}/R_2=60/20=3\text{ А};$$
$$I_3=U_{ab}/R_3=60/30=2\text{ А}.$$

Баланс мощностей:

$$P_{ист}=I_1\cdot U=5\cdot 120=600\text{ Вт};$$
$$P_{потр}=I_1^2\cdot R_1+I_2^2\cdot R_2+I_3^2\cdot R_3=5^2\cdot 12+3^2\cdot 20+2^2\cdot 30=600\text{ Вт}.$$

Задача 6.

В цепи (рис. 6, а), определить методом эквивалентных преобразований показания амперметра, если известно: R_1 = 2 Ом, R_2 = 20 Ом, R_3 = 30 Ом, R_4 = 40 Ом, R_5 = 10 Ом, R_6 = 20 Ом, E = 48 В. Сопротивление амперметра можно считать равным нулю.

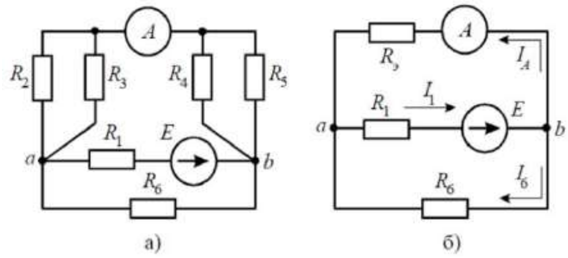


Рис. 6

Решение

Если сопротивления R_2, R_3, R_4, R_5 заменить одним эквивалентным сопротивлением $R_Э$, то исходную схему можно представить в упрощенном виде (рис. 6, б).

Величина эквивалентного сопротивления:

$$R_э = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} + \frac{40 \cdot 10}{40 + 10} = 20 \text{ Ом}$$

Преобразовав параллельное соединение сопротивлений $R_Э$ и R_6 схемы (рис. 6, б), получим замкнутый контур, для которого **по второму закону Кирхгофа** можно записать уравнение:

$$I_1 \cdot \left(R_1 + \frac{R_э \cdot R_6}{R_э + R_6} \right) = E$$

откуда ток I_1:

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + \frac{R_э \cdot R_6}{R_э + R_6}} = \frac{48}{2 + \frac{20 \cdot 20}{20 + 20}} = 4 \text{ А}.$$

Напряжение на зажимах параллельных ветвей Uab выразим из уравнения по закону Ома для пассивной ветви, полученной преобразованием RЭ и R6:

$$U_{ab} = I_1 \cdot \frac{R_э \cdot R_6}{R_э + R_6}$$

Тогда амперметр покажет ток:

$$I_A = I_1 \cdot \frac{R_6}{R_э + R_6} = 4 \cdot \frac{20}{20 + 20} = 2 \text{ А}.$$

Задача 7.

Определить токи ветвей схемы методом эквивалентных преобразований (рис. 7, а), если $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$ = 3 Ом, J = 5 А, R_5 = 5 Ом.

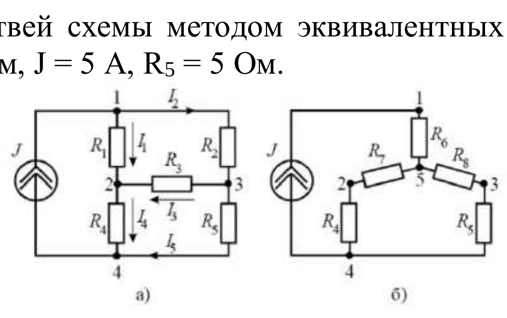


Рис. 7

Решение

Преобразуем «треугольник» сопротивлений R_1, R_2, R_3 в эквивалентную «звезду» R_6, R_7, R_8 (рис. 7, б) и определим величины полученных сопротивлений:

$$R_6 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{3 \cdot 3}{3+3+3} = 1 \text{ Ом;}$$

$$R_7 = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{3 \cdot 3}{3+3+3} = 1 \text{ Ом;}$$

$$R_8 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{3 \cdot 3}{3+3+3} = 1 \text{ Ом.}$$

Преобразуем параллельное соединение ветвей между узлами 4 и 5

$$R_9 = \frac{(R_4 + R_7) \cdot (R_5 + R_8)}{(R_4 + R_7) + (R_5 + R_8)} = \frac{(1+3) \cdot (1+5)}{1+3+1+5} = 2{,}4 \text{ Ом.}$$

Ток в контуре, полученном в результате преобразований, считаем равным току источника тока J, и тогда напряжение:

$$U_{54} = J \cdot R_9 = 5 \cdot 2{,}4 = 12 \text{ В.}$$

И теперь можно определить токи I4 и I5:

$$I_4 = \frac{U_{54}}{R_7 + R_4} = \frac{12}{1+3} = 3 \text{ А;} \qquad I_5 = \frac{U_{54}}{R_8 + R_5} = \frac{12}{1+5} = 2 \text{ А.}$$

Возвращаясь к исходной схеме, определим напряжение U32 из уравнения по второму закону Кирхгофа:

$$U_{32} + I_4 R_4 - I_5 R_5 = 0 \quad \Rightarrow \quad U_{32} = I_5 R_5 - I_4 R_4 = 2 \cdot 5 - 3 \cdot 3 = 1 \text{ В.}$$

Тогда ток в ветви с сопротивлением R3 определится:

$$I_3 = \frac{U_{32}}{R_3} = \frac{1}{3} = 0{,}33 \text{ А.}$$

Величины оставшихся неизвестными токов можно определить из уравнений по первому закону Кирхгофа для узлов 3 и 1:

$$I_2 - I_3 - I_5 = 0 \;\Rightarrow\; I_2 = I_3 + I_5 = 0{,}33 + 2 = 2{,}33 \text{ А;}$$

$$J - I_1 - I_2 = 0 \;\Rightarrow\; I_1 = J - I_2 = 5 - 2{,}33 = 2{,}67 \text{ А.}$$

2. Метод эквивалентного генератора.

Метод эквивалентного генератора применяется для определения тока одной из ветвей электрической цепи в том случае, когда расчет всей схемы не требуется. В основу метода положена теорема об активном двухполюснике (теорема Гельмгольца-Тевенена). Основная идея метода заключается в том, что часть цепи, параметры которой определять нет необходимости, заменяется эквивалентным генератором с известной эдс и сопротивлением. Метод часто применяется для расчета режима электрической цепи.

Метод эквивалентного генератора (источника)

Прежде, чем приступать к расчету методом эквивалентного генератора, необходимо знать, что, строго говоря, существуют две разновидности этого метода - **Метод эквивалентного генератора напряжения** и **Метод эквивалетного генератора тока**

Оба метода работают очень похоже. Во-первых, применяются только для расчета тока в одной ветви. Во-вторых, вся остальная цепь, относительно нужного участка заменятся на один элемент - источник напряжения или источник тока, каждый - со своим внутренним сопротивлением.

Рассмотрим оба этих метода подробнее

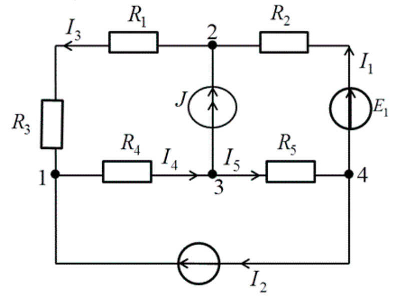
Метод эквивалентного генератора напряжения

Иногда в разной литературе называется "Теорема Тевенена", "Теорема Тевенина" и даже "Теорема Тевенена-Гельмгольца". По сути, это все одно и то же

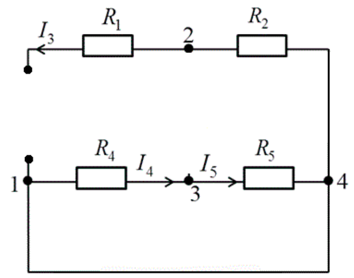
Исходя из названия, очевидно, что мы используем источник напряжения. Значит, нам необходимо определить ЭДС этого источника и его внутренее сопротивление.

С внутренним сопротивлением все очень просто. Нам нужно именно сопротивление относительно того участка, ток в котором мы рассчитываем. Для этого все источники ЭДС заменятся закоротками, так как у них внутренее сопротивление равно нулю. Источники тока заменяются разрывом, так как их внутреннее сопротивление бесконечно.

Предположим, есть вот такая цепь:

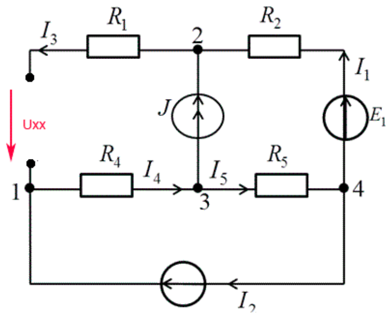


Нам нужно методом эквивалентного генератора определить ток через R_3. Рассчитывая внутренее сопротивление генератора, закорачиваем источники ЭДС и разрываем источник тока. Получаем схему:



Очевидно, общее сопротивлелние такой схемы Rэкв = R1+R_2

Теперь необходимо рассчитать напряжение холостого хода генератора. Звучит сурово, но это просто напряжение на нужном нам участке цепи с убранной нагрузкой (в нашем случае - R_3):



Для этого можно воспользоваться абсолютно любым, известным вам способом - методом контурных токов, методом узловых потенциалов или непосредственным применением законов Кирхгофа.

После того, как напряжение холостого хода найдено, можно переходить к последнему этапу расчета - вычислению требуемого тока. Для этого, фактически, просто используется закон Ома для полной цепи:

$$I = \frac{U\text{xx}}{R_{\text{экв}} + R_{\text{н}}}$$

Здесь Uxx - напряжение холостого хода генератора, Rэкв - его внутреннее сопротивление, Rн - сопротивление нагрузки. Для нашего случая:

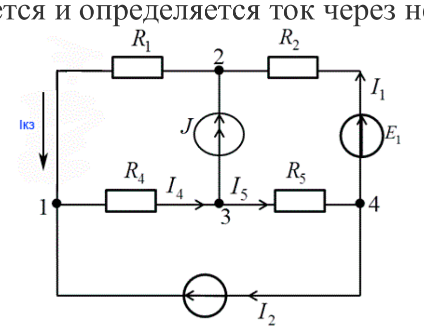
$$I_3 = \frac{U\text{xx}}{R_{\text{экв}} + R_3} = \frac{U\text{xx}}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Метод эквивалентного генератора тока

Иногда называется Теорема Нортона. Если вы разобрались с эквивалентным генератором напряжения, то здесь тоже все будет просто

Первый этап - вычисление внутреннего сопротивления генератора - ничем не отличается от того, что мы рассматривали выше. Так же разрываем нужную нам ветку и относительно нее находим сопротивление цепи, закорачивая ЭДС и разрывая источники тока.

Следующий шаг - определение тока короткого замыкания. Для этого участок, который мы рассматриваем, закорачивается и определяется ток через него любым удобным способом:



Вот и все, можно определять нужный ток:

$$I = I_{кз}\frac{R_{экв}}{R_{экв} + R_{н}}$$

Как и ранее, здесь Rэкв - внутренее сопротивление генератора, Rн - сопротивление нагрузки, Iкз - ток короткого замыкания генератора.

Для нашего случая:

$$I_3 = I_{кз}\frac{R_{экв}}{R_{экв} + R_3} = I_{кз}\frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Кстати, внимательный читатель легко узнает в последних формулах обыкновенный делитель тока.

Подведем итоги, записав пошаговый алгоритм использования метода эквивалентного генератора:

1. Определяем внутреннее сопротивление генератора относительно участка цепи, где необходимо определить ток. Для этого источники ЭДС закорачиваются, а источники тока - разрываются
2. Для эквивалентного генератора напряжения рассчитываем напряжение холостого хода, то есть напряжение на том участке, который рассматриваем. Для эквивалентного генератора тока находим ток короткого замыкания, закоротив исследуемый участок. В обоих случаях можно применять любой известный метод.
3. Находим искомый ток по соответствующей формуле

Разобравшись с принципом действия, вы теперь сможете с лучшим пониманием рассмотреть наш пример решения методом эквивалентного генератора.

И последнее - указанные методы абсолютно так же работают не только с постоянным током, но и для цепей переменного тока. Разумеется, там нужно использовать комплексные значения токов, напряжений и сопротивлений.

Алгоритм состоит из следующих шагов:

1. Выбранная для расчета ветвь удаляется из схемы, а места образовавшегося разрыва обозначаются буквами. Оставшаяся часть схемы будет представлять собой эквивалентный генератор.
2. Рассчитывается эквивалентная ЭДС генератора.
3. Определяется эквивалентное сопротивление генератора.
4. По найденным в пунктах 2 и 3 параметрам генератора определяется ток через исключенную в пункте 1 ветвь.

Метод эквивалентного генератора: примеры решения

Рассмотрим пример расчета электрической схемы методом эквивалентного генератора (рисунок 1).

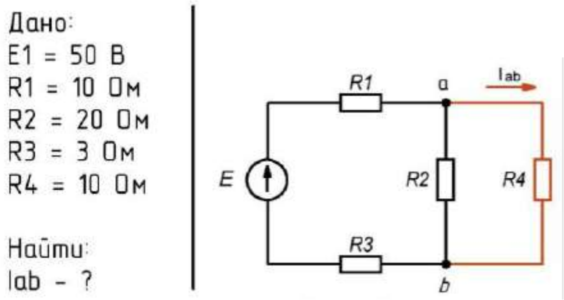


Рис. 1. Метод эквивалентного генератора

Допустим, что необходимо рассчитать ***ток*** $\boldsymbol{I_{ab}}$ через резистор $\mathbf{R_4}$. Тогда преобразования схема будет иметь вид, представленный на рисунке 2.

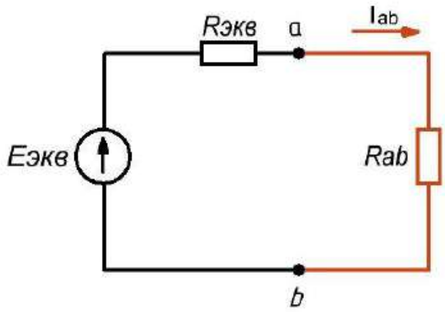


Рис. 2. Эквивалентная электрическая схема

После преобразования ток через резистор $\boldsymbol{R_{ab}}$ **(R**$_4$**)** определяется по формуле

$$I_{ab} = \frac{E_{\text{экв}}}{R_{\text{экв}} + R_{ab}} \quad (1)$$

Для того, чтобы рассчитать значения **Eэкв** и **Rэкв** необходимо рассмотреть режим холостого хода генератора. Для этого необходимо обеспечить его работу без нагрузки, то есть условно отсоединить от цепи исследуемую ***ветвь ab*** (рисунок 3).

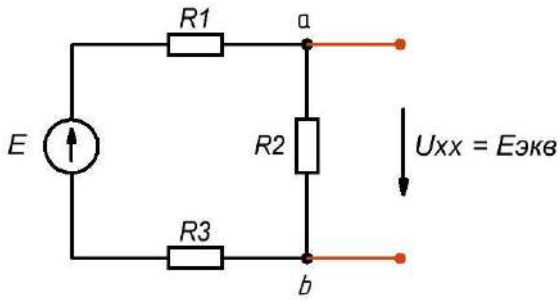


Рис. 3. Режим холостого хода генератора

Для представленной схемы напряжение **Eэкв** будет равно

$$E_{\text{экв}} = U_{\text{хх}} = I \cdot R_2 = \frac{E \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{50 \cdot 20}{10 + 20 + 3} = 30{,}3\ \text{В}.$$

Далее требуется определить эквивалентное сопротивление. Для этого воспользуемся методом пассивного двухполюсника. В этом случае необходимо исключить из схемы источник ЭДС и найти общее сопротивление цепи (рисунок 4).

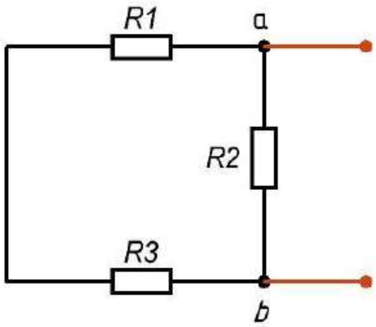


Рис. 4. Схема без источника ЭДС

Эквивалентное сопротивление полученной схемы определяется по формуле

$$R_{экв} = \frac{(R_1 + R_3) \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{(10 + 3) \cdot 20}{10 + 20 + 3} = 7{,}88 \text{ Ом.}$$

Теперь можно определить ток, проходящий через резистор **ab** согласно выражению (1).

$$I_{ab} = \frac{E_{экв}}{R_{экв} + R_{ab}} = \frac{30{,}3}{7{,}88 + 10} = 1{,}7 \text{ А.}$$

Поставленная задача решена.

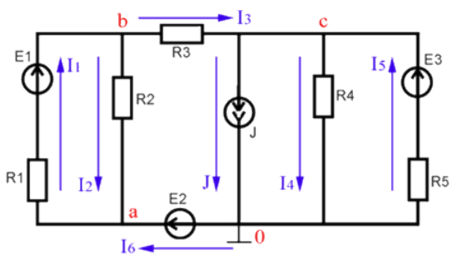
Дано

E_1=9 В;
E_2=13 В;
E_3=15 В;
J=1,4 А;
R_1=12 Ом;
R_2=16 Ом;
R_3=9 Ом;
R_4=5 Ом;
R_5=10 Ом

Найти

Ток на резисторе R_2**методом эквивалентного генератора**:

Решение

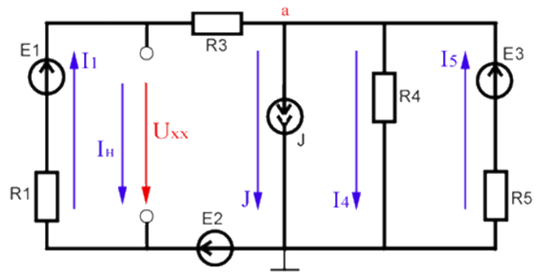


По **теореме об эквивалентном генераторе** ток в нагрузке можно найти по формуле:

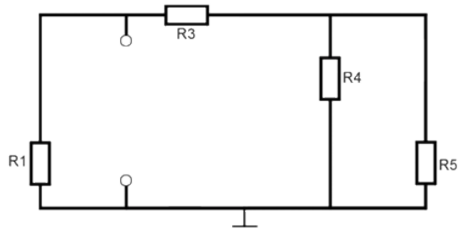
$$I_н = \frac{U_{хх}}{R_н + R_г}, \text{где}$$

$U_{хх}$— напряжение холостого хода генератора;
$R_н$ — сопротивление нагрузки;
$R_г$ — сопротивление генератора относительно зажимов нагрузки.

Найдем сопротивление генератора и напряжение холостого хода. При расчете эквивалентного сопротивления учтём, что внутреннее сопротивление источника ЭДС равно нулю, а сопротивление источника тока бесконечно. Рисуем схему эквивалентного генератора:



и схему для нахождения сопротивления:



$$R_г = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3 + \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5}}} = \frac{1}{\frac{1}{12} + \frac{1}{9 + \frac{5 \cdot 10}{5 + 10}}} = 6{,}08\ \text{Ом}$$

$$U_a = \frac{\frac{E_1 + E_2}{R_1 + R_3} + \frac{E_3}{R_5} - J}{\frac{1}{R_1 + R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}} = \frac{\frac{9 + 13}{12 + 9} + \frac{15}{10} - 1{,}4}{\frac{1}{12 + 9} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}} = 3{,}3\ \text{В}$$

$$U_{xx} = U_a - \frac{U_a - (E_1 + E_2)}{R_1 + R_3} R_3 - E_2 = 3{,}3 - \frac{3{,}3 - (9 + 13)}{12 + 9} 9 - 13 = -1{,}686\ \text{В}$$

$$I_н = I_2 = \frac{U_{xx}}{R_2 + R_г} = \frac{-1{,}686}{16 + 6{,}08} = -0{,}076\ \text{А}$$

Ответ: I_2=-0,076 А.
Ток через резистор R_2, найденный методом узловых потенциалов, совпадает с вычисленным выше, что подтверждает правильность решения.

Используемые источники:

Преобразование схем электрических цепей в электротехнике (ТОЭ) - формулы и определения с примерами (evkova.org)
Метод эквивалентного генератора | Электрикам (electrikam.com)
http://toe5.ru/examples/html/meg.php
https://rgr-toe.ru/articles/1-equivalent-transformations/?ysclid=ldjydglwdq418012781