Тема 1.3. Законы сохранения в механике

1. Импульс тела.
2. Импульс силы.
3. Закон сохранения импульса.
4. Реактивное движение.
5. Механическая работа и мощность.
6. Кинетическая энергия.
7. Потенциальная энергия.
8. Закон сохранения механической энергии.
9. Работа силы тяжести и силы упругости.
10. Применение законов сохранения.
11. Использование законов механики для объяснения движения небесных тел и для развития космических исследований, границы применимости классической механики

1. Импульс тела.

Импульс тела – это векторная физическая величина, равная произведению массы тела на его скорость: $\vec{p} = m\vec{v}$.

Обозначение – **p**, единицы измерения – **(кг·м)/с.**

Импульс тела – это количественная мера движения тела.

Направление импульса тела всегда совпадает с направлением скорости его движения.

Изменение импульса тела равно разности конечного и начального значений импульса тела:

$\Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0$,

где $\mathbf{p_0}$ – начальный импульс тела,

p – конечный импульс тела.

Если на тело действует нескомпенсированная сила, то его импульс изменяется. При этом изменение импульса тела равно импульсу подействовавшей на него силы.

2. Импульс силы.

Импульс силы – это количественная мера изменения импульса тела, на которое подействовала эта сила.

Обозначение – $F\Delta t$, единицы измерения — Н·с.

Импульс силы равен изменению импульса тела: $\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}$.

Направление импульса силы совпадает по направлению с изменением импульса тела.

3. Закон сохранения импульса.

Закон сохранения импульса

Векторная сумма импульсов тел, составляющих замкнутую систему, остается постоянной при любых взаимодействиях тел этой системы между собой:

$\vec{p}_{01} + \vec{p}_{02} + \ldots = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots$

Замкнутая система – это система, на которую не действуют внешние силы.

Абсолютно упругий удар – столкновение двух тел, в результате которого в обоих взаимодействующих телах не остается никаких деформаций.

При абсолютно упругом ударе взаимодействующие тела до и после взаимодействия движутся отдельно.

Закон сохранения импульса для абсолютно упругого удара:

$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'$.

Абсолютно неупругий удар – столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются, двигаясь дальше как единое целое.

Закон сохранения импульса для абсолютно неупругого удара:

$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}'$.

Алгоритм применения закона сохранения импульса к решению задач:

1. Запишите краткое условие задачи.
2. Определите характер движения и взаимодействия тел.
3. Сделайте рисунок, на котором укажите направление векторов скоростей тел до и после взаимодействия.
4. Выберите инерциальную систему отсчета с удобным для нахождения проекций векторов направлением координатных осей.
5. Запишите закон сохранения импульса в векторной форме.
6. Спроецируйте его на выбранные координатные оси (сколько осей, столько и уравнений в системе).
7. Решите полученную систему уравнений относительно неизвестных величин.
8. Выполните действия единицами измерения величин.
9. Запишите ответ.

4. Реактивное движение.

Реактивное движение – это движение, которое происходит за счет отделения от тела с некоторой скоростью какой-то его части.
Принцип реактивного движения основан на том, что истекающие из реактивного двигателя газы получают импульс. Такой же по модулю импульс приобретает ракета.
Для осуществления реактивного движения не требуется взаимодействия тела с окружающей средой, поэтому реактивное движение позволяет телу двигаться в безвоздушном пространстве.

Реактивные двигатели

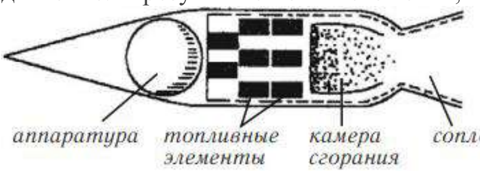
Широкое применение реактивные двигатели в настоящее время получили в связи с освоением космического пространства. Используются они также для метеорологических и военных ракет различного радиуса действия. Кроме того, все современные скоростные самолеты оснащены воздушно-ракетными двигателями.
Реактивные двигатели делятся на два класса:

- ракетные;
- воздушно-реактивные.

В ракетных двигателях топливо и необходимый для его горения окислитель находятся непосредственно внутри двигателя или в его топливных баках.

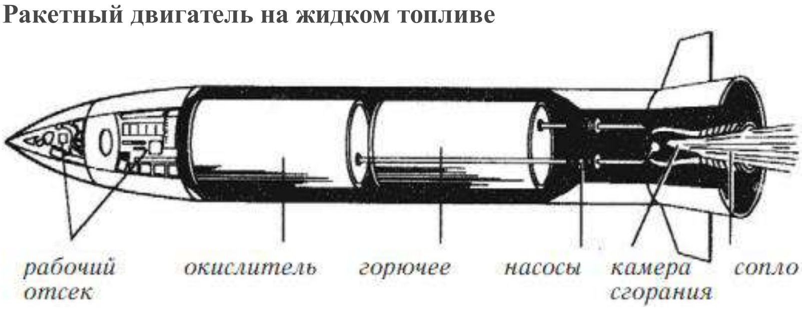
Ракетный двигатель на твердом топливе

При горении топлива образуются газы, имеющие очень высокую температуру и оказывающие давление на стенки камеры. Сила давления на переднюю стенку камеры больше, чем на заднюю, где находится сопло. Выходящие через сопло газы не встречают на своем пути стенку, на которую могли бы оказать давление. В результате появляется сила, толкающая ракету вперед.



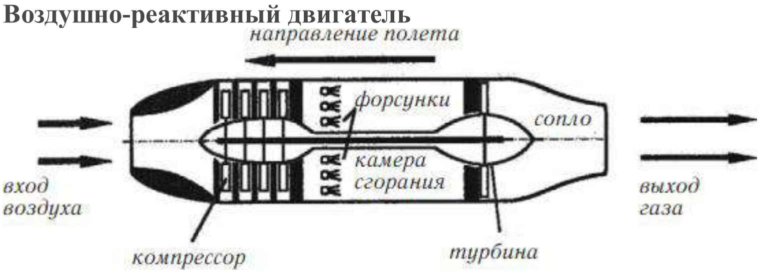
Сопло – суженная часть камеры, служит для увеличения скорости истечения продуктов сгорания, что, в свою очередь, повышает реактивную силу. Сужение струи газа вызывает увеличение его скорости, так как при этом через меньшее поперечное сечение в единицу времени должна пройти такая же масса газа, что и при большем поперечном сечении.

Ракетный двигатель на жидком топливе



В ракетных двигателях на жидком топливе в качестве горючего используют керосин, бензин, спирт, жидкий водород и др., а в качестве окислителя – азотную кислоту, жидкий кислород, перекись водорода и пр.
Горючее и окислитель хранятся отдельно в специальных баках и с помощью насосов подаются в камеру сгорания, где температура достигает 3000 0С и давление до 50 атм. В остальном работает так же, как и двигатель на твердом топливе.

Воздушно-реактивный двигатель

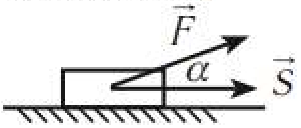


В носовой части находится компрессор, засасывающий и сжижающий воздух, который затем поступает в камеру сгорания. Жидкое горючее (керосин) попадает в камеру сгорания с помощью специальных форсунок. Раскаленные газы выходят через сопло, вращают газовую турбину, приводящую в движение компрессор.
Основное отличие воздушно-реактивных двигателей от ракетных двигателей состоит в том, что окислителем для горения топлива служит кислород воздуха, поступающего внутрь двигателя из атмосферы.

5. Механическая работа и мощность.

Механическая работа – это скалярная векторная величина, равная произведению модулей вектора силы, действующей на тело, вектора перемещения и косинуса угла между этими векторами.
Обозначение – А, единицы измерения – Дж (Джоуль).

$$A = FS\cos\alpha\,.$$

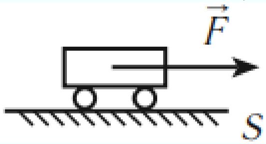


1 Дж – это работа, которую совершает сила в 1 Н на пути в 1 м:

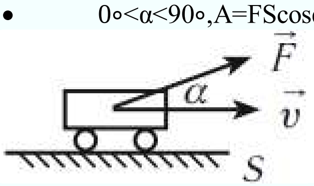
$$1\,Дж = 1\,Н \cdot м = 1\frac{кг \cdot м^2}{c^2}\,.$$

Механическая работа совершается, если под действием некоторой силы, направленной не перпендикулярно, тело перемещается на некоторое расстояние.
Зависимость механической работы от угла α

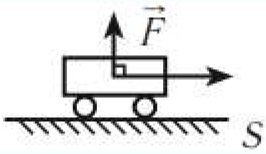
- α=0∘, cosα=1, A=FS, A>0;



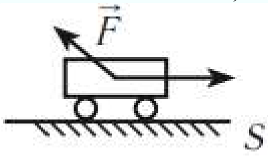
- 0∘<α<90∘,A=FScosα,A>0;



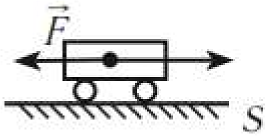
- α=90∘, cosα=0,A=0;



- 90∘<α<180∘,A=FScosα,A<0;



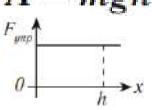
α=180∘,cosα=−1,A=−FS,A<0;



Геометрический смысл механической работы
На графике зависимости F=F(S) работа силы численно равна площади фигуры, ограниченной графиком, осью перемещения и прямыми, параллельными оси силы.

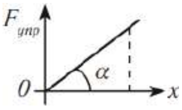
Формулы для вычисления работы различных сил
Работа силы тяжести:

$$A = mgh.$$



Работа силы упругости:

$$A = \frac{kx^2}{2}\,.$$



Коэффициент полезного действия механизма (КПД) — это физическая величина, равная отношению полезной работы, совершенной механизмом, ко всей затраченной при этом работе.
Обозначение – η, единицы измерения – %.

$$\eta = \frac{A_{пол}}{A_{зат.}} \cdot 100\% .$$

А*пол.* – полезная работа – это та работа, которую нужно сделать;
А*зат.* – затраченная работа – это та работа, что приходится делать на самом деле.

$$A_{зат.} > A_{пол.}$$

Важно!
КПД любого механизма не может быть больше 100%.
Мощность – это количественная мера быстроты совершения работы.
Обозначение – N, единицы измерения – Вт (Ватт).
Мощность равна отношению работы к времени, за которое она была совершена: .

$$N = \frac{A}{t}.$$

1 Вт – это мощность, при которой за 1 с совершается работа в 1 Дж:

$$1 Вт = 1\frac{Дж}{c} = 1\frac{Н \cdot м}{c} = 1\frac{кг \cdot м^2}{c^3}.$$

1 л. с. (лошадиная сила) = 735 Вт.
Связь между мощностью и скоростью равномерного движения:

$$N = \frac{A}{t} = \frac{FS\cos\alpha}{t}, \quad \upsilon = \frac{S}{t},$$

$$N = F\upsilon\cos\alpha .$$

Таким образом, мощность равна произведению модуля вектора силы на модуль вектора скорости и на косинус угла между направлениями этих векторов.
Важно!
Если интервал времени стремится к нулю, то выражение представляет собой мгновенную мощность, определяемую через мгновенную скорость.

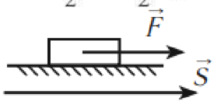
6. Кинетическая энергия.

Если система тел может совершать работу, то она обладает энергией.
Работа и изменение кинетической энергии (теорема о кинетической энергии)

$$A = FS\cos\alpha, \quad \alpha = 0^0, \quad \cos 0^0 = 1, \ A = FS;$$

$$F = ma, \quad S = \frac{\upsilon^2 - \upsilon_0^2}{2a};$$

$$A = \frac{m\upsilon^2}{2} - \frac{m\upsilon_o^2}{2}, \quad A = \Delta W_k.$$

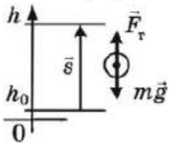


Если под действием силы тело совершило перемещение и вследствие этого его скорость изменилась, то работа силы равна изменению кинетической энергии.
Силы, работа которых не зависит от формы траектории, называются *консервативными*.
Работа и изменение потенциальной энергии тела, поднятого над землей

$$A = FS\cos\alpha, \quad \alpha = 0^0, \quad \cos 0^0 = 1, \ A = FS;$$

$$F = -mg, \quad S = h - h_0;$$

$$A = -(mgh - mgh_0), \quad A = -\Delta W_p .$$



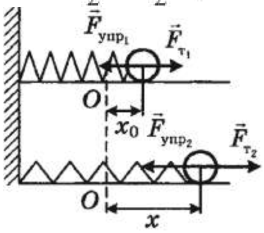
Работа силы тяжести равна изменению потенциальной энергии, взятому с противоположным знаком.
Работа и изменение потенциальной энергии упруго деформированного тела

$$A = F_{упр} S \cos\alpha, \quad \alpha = 180^0,$$

$$\cos 180^0 = -1, \quad A = -F_{упр} S;$$

$$F_{упр} = \frac{kx_0 + kx}{2}, \quad S = x - x_0;$$

$$A = -\left(\frac{kx^2}{2} - \frac{kx_0^2}{2}\right), \quad A = -\Delta W_p.$$



Работа силы упругости равна изменению потенциальной энергии, взятому с противоположным знаком.

Кинетическая энергия – это энергия, которой обладает тело вследствие своего движения.

Обозначение – Wk(Ek), единицы измерения – Дж.

Кинетическая энергия равна половине произведения массы тела на квадрат его скорости:

$$W_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Важно!Так как кинетическая энергия отдельного тела определяется его массой и скоростью, то она не зависит от того, взаимодействует ли это тело с другими телами или нет. Значение кинетической энергии зависит от выбора системы отсчета, как и значение скорости. Кинетическая энергия системы тел равна сумме кинетических энергий отдельных тел, входящих в эту систему.

7. Потенциальная энергия.

Потенциальная энергия – это энергия взаимодействия тел или частей одного и того же тела.

Обозначение – Wp(Ep), единицы измерения – Дж.

Потенциальная энергия тела, поднятого на некоторую высоту над землей, равна произведению массы тела, ускорения свободного падения и высоты, на которой он находится:

$$W_p = mgh.$$

Потенциальная энергия упруго деформированного тела равна половине произведения жесткости на квадрат удлинения:

$$W_p = \frac{kx^2}{2}.$$

Важно!

Величина потенциальной энергии зависит от выбора нулевого уровня. Нулевым называется уровень, на котором потенциальная энергия равна нулю. Нулевой уровень выбирается произвольно, исходя из удобства решения задачи.

8. Закон сохранения механической энергии.

Полная механическая энергия – это энергия, равная сумме кинетической и потенциальной энергий.

Обозначение – W(E), единицы измерения – Дж.

Закон сохранения механической энергии

В замкнутой системе тел, между которыми действуют только консервативные силы, механическая энергия сохраняется, т. е. не изменяется с течением времени:

$$W_k + W_p = const.$$

$$W_{1k} + W_{1p} = W_{2k} + W_{2p}.$$

Если между телами системы действуют кроме сил тяготения и упругости другие силы, например сила трения или сопротивления, действие которых приводит к превращению механической энергии в тепловую, то в такой системе тел закон сохранения механической энергии не выполняется.

Важно!

В случае, если кроме консервативных сил (тяжести, упругости, тяготения) существуют еще и неконсервативные силы, например сила трения, а также внешние силы, то

$$A = A_{конс} + A_{неконс} + A_{внеш} = \Delta W_к.$$

Теорема о кинетической энергии справедлива для сил любой природы:

$$A_{конс} = -\Delta W_p, \text{ тогда}$$

$$A_{неконс} + A_{внеш} = \Delta W_к + \Delta W_p = \Delta W.$$

Если на систему тел действуют неконсервативные и внешние силы, то изменение полной энергии равно сумме работ неконсервативных и внешних сил.
Закон сохранения и превращения энергии
Энергия никогда не исчезает и не появляется вновь, она лишь превращается из одного вида в другой или передается от одного тела к другому.

9. Работа силы тяжести и силы упругости.

Работа силы тяжести. *Работа силы тяжести равна взятому со знаком плюс или минус произведению силы тяжести на вертикальное перемещение точки ее приложения*

$$A_{1,2} = \pm GH,$$

где H – перемещение точки приложения силы по вертикали.

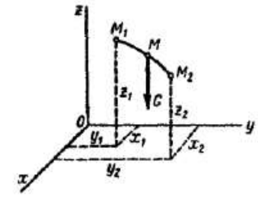


Рис. 3.58
Знак плюс соответствует перемещению точки вниз, а знак минус - перемещению точки вверх (рис. 3.58).
Работа силы тяжести не зависит от вида траектории перемещения точки, а зависит лишь от расстояния, пройденного точкой.
Работа силы упругости. Пружина AB_1 растягивается только вдоль оси x. Проекция силы упругости P на ось x $P_x = -cx$. Работа силы упругости на перемещении $B_1B_2 = h$ (рис. 3.59)

$$A_{1,2} = -c\int_0^h x dx = -\frac{ch^2}{2},$$

где h – величина деформации пружины.

Наибольшей деформации пружины B_1B_2 соответствует наибольшее значение силы упругости $P_{max} = ch$, а потому

$$A_{1,2} = -P_{\max}\frac{h}{2}.$$

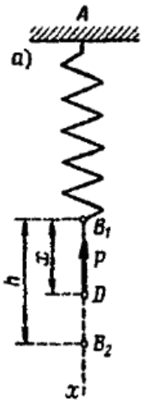


Рис. 3.59
Если деформация пружины возрастает, работа силы упругости отрицательна. Работа силы упругости положительна, когда деформация уменьшается. Если начальная деформация пружины не равна нулю, а равна x_o, то работа силы упругости на дополнительной деформации ($x_1 - x_0$)

$$A_{1,2} = -c\int_{x_0}^{x_1} x dx = -\frac{c}{2}(x_1^2 - x_0^2).$$

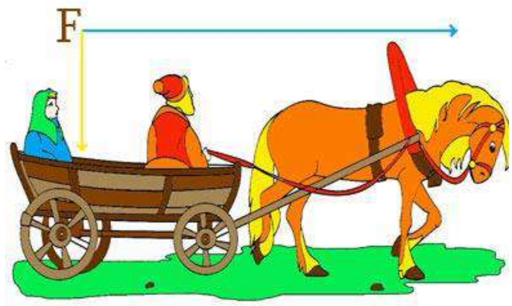
10. Применение законов сохранения.

Сумма кинетической и потенциальной энергии тел называется *полной механической энергией.*
Для полной механической энергии закон сохранения энергии имеет следующее выражение**: полная механическая энергия замкнутой системы тел, взаимодействующих силами тяготения и упругости, остается неизменной.**
Закон сохранения энергии раскрывает физический смысл понятия работы.

Работа сил тяготения и сил упругости, с одной стороны, равна увеличению кинетической энергии, а с другой стороны, — уменьшению потенциальной энергии тел. Следовательно, *работа равна энергии, превратившейся из одного вида в другой.*

Закон сохранения полной механической энергии в процессах с участием сил упругости и гравитационных сил является одним из основных законов механики.

Наиболее часто встречающаяся нам в повседневной жизни – механическая энергия. Это энергия непосредственного взаимодействия и движения физических тел и их частей.



Известна человеку с древнейших времен и применяется в таких устройствах, как: стрела, копье, нож, топор, праща, баллиста, повозка, маятник, журавль, ветряная мельница, водяное колесо, парус, гончарный круг, часы, и другие самые разнообразные механизмы. Наиболее распространенных и используемых источников механической энергии: ветер, течение рек, приливы и отливы морей и океанов, сельскохозяйственные животные, и сам человек. Зачастую механическая работа используется как промежуточный этап при выработке электроэнергии. Преобразование механической энергии в электрическую энергию осуществляется генераторами тока. В генераторе происходит превращение вращательного движения вала в электричество. Для вращения вала применяют следующие источники механической энергии: течение рек, океанские и морские приливы-отливы, ветер.

Уменьшение механической энергии системы под действием сил трения. Если в изолированной системе силы трения совершают работу при движении тел относительно друг друга, то её механическая энергия не сохраняется. В этом легко убедиться, толкнув книгу, лежащую на столе. Из-за действия силы трения книга почти сразу останавливается. Сообщённая ей механическая энергия исчезает. Сила трения совершает отрицательную работу и уменьшает кинетическую энергию. Но потенциальная энергия при этом не увеличивается. Поэтому полная механическая энергия убывает. Нагревание при действии сил трения легко обнаружить. Для этого, например, достаточно энергично потереть монету о стол. С повышением температуры повышается кинетическая энергия теплового движения молекул или атомов. Следовательно, при действии сил трения кинетическая энергия тела превращается в кинетическую энергию хаотично движущихся молекул. Работа силы тяжести, например, на замкнутом пути всегда равна нулю. Она положительна при падении тела с высоты h и отрицательна при подъёме на ту же высоту. Работа же силы сопротивления воздуха отрицательна как при подъёме тела вверх, так и при движении его вниз. Постепенно затухают колебания маятника, останавливается машина с выключенным двигателем и т. д. Но убывание механической энергии не означает, что эта энергия исчезает бесследно. В действительности происходит переход энергии из механической формы в другие. Обычно при работе сил трения происходит нагревание тел, или, как говорят, увеличение их внутренней энергии. Во всех процессах, происходящих в природе, как и в создаваемых приборах, устройствах, всегда выполняется закон сохранения и превращения энергии: энергия не исчезает и не появляется вновь, она может только перейти из одного вида в другой. В двигателях внутреннего сгорания, паровых турбинах, электродвигателях и т. д. механическая энергия появляется за счёт убыли энергии других форм: химической, электрической и т. д.

Элементы гидро- и аэродинамики

При движении идеальной жидкости не происходит превращения механической энергии во внутреннюю, поэтому выполняется закон сохранения механической энергии.

Теория подъемной силы крыла самолета была создана Н. Е. Жуковским. Он показал, что существенную роль при обтекании крыла играют силы вязкого трения в поверхностном слое. В результате их действия возникает круговое движение (циркуляция) воздуха вокруг крыла. В верхней части крыла скорость циркулирующего воздуха складывается со скоростью набегающего потока, в нижней части эти скорости направлены в противоположные стороны. Это и приводит к возникновению разности давлений и появлению подъемной силы. Циркуляция воздуха, обусловленная силами вязкого трения, возникает и вокруг вращающегося тела (например, цилиндра). Такой эффект носит название Эффект Магнуса и проявляется, например, при полете закрученного мяча при игре в теннис или футбол.

11. Использование законов механики для объяснения движения небесных тел и для развития космических исследований, границы применимости классической механики

Изучение физики обычно начинают с классической механики. Статистическую физику или квантовую механику интуитивно понять трудно, а классическая механика – это то, что у нас постоянно происходит перед глазами: кирпичи падают, мячики летают. Законы механики мы ощущаем на уровне интуиции, потому что с нами, людьми, то же самое происходит: время от времени мы падаем, иногда даже летаем. Так что небесная механика, самая изящная часть астрономии, для физика должна быть тоже интуитивно понятной

«Культурный человек лишь слегка обгрызает кости, а потом бросает их под стол» (цитата из мыслей пёсика Фафика)

За одну лекцию изучить небесную механику – дело нереальное, поэтому знакомиться с ней мы будем на таком уровне, как подсказывает нам эпиграф. Он взят из замечательной книжки «Очерки о движении космических тел» Владимира Васильевича Белецкого, это один из наших сильнейших небесных механиков. Книжку я вам советую почитать, картинки там прекрасные, формулы тоже, и вообще от ее чтения получаешь наслаждение. Итак, сегодня мы будем знакомиться только с основными идеями и простейшими формулами.
Есть, к примеру, у нас планета (или любое другое небесное тело). Она движется и развивается под действием каких-то сил: гравитационных и негравитационных (светового давления, прямых ударов других тел). Есть также внутренние силы, которые вызывают деятельность вулканов, движение материков. Но сегодня мы будем говорить только о гравитации. И тему гравитации мы поделим пополам.
Первая часть представляет самый простой подход к изучению движения небесных тел. Поскольку большие небесные тела практически шарообразны (о причинах этого я скажу ниже), их притяжение друг к другу можно описать притяжением материальных точек, расположенных в центрах тел и содержащих всю их массу (это мы тоже сегодня докажем). В этом случае неплохо работает очень простой, известный даже школьникам закон Ньютона. Правда он не вполне правильный, общая теория относительности (ОТО) корректнее описывает гравитацию, но для нас это пока несущественно.
Есть более тонкий подход. Он учитывает, что тела являются протяженными, и каждая их конкретная точка находится на разных расстояниях от соседнего тела. Значит, в общем случае нельзя одно и то же расстояние в формулу для гравитационной силы подставлять, надо учитывать зависимость гравитационной силы от расстояния до притягивающего тела. Это уже второе приближение к истине, и называется оно теорией приливов. Приливы – вообще штука интересная и очень важная. Но об этом – на следующей лекции. А сегодня будем говорить только о небесной механике.

НЕБЕСНАЯ МЕХАНИКА

Раздел астрономии, применяющий законы механики для изучения движения небесных тел. Небесная механика занимается предвычислением положения Луны и планет, предсказанием места и времени затмений, в общем, определением реального движения космических тел. Естественно, что небесная механика в первую очередь изучает поведение тел Солнечной системы - обращение планет вокруг Солнца, спутников вокруг планет, движение комет и других малых набесных тел. Тогда как перемещение далеких звезд удается заметить, в лучшем случае, за десятилетия и века, движение членов Солнечной системы происходит буквально на глазах - за дни, часы и даже минуты. Поэтому его изучение стало началом современной небесной механики, рожденной трудами И.Кеплера (1571–1630) и И.Ньютона (1643-1727). Кеплер впервые установил законы планетного движения, а Ньютон вывел из законов Кеплера закон всемирного тяготения и использовал законы движения и тяготения для решения небесно-механических проблем, не охваченных законами Кеплера. После Ньютона прогресс в небесной механике в основном заключался в развитии математической техники для решения уравнений, выражающих законы Ньютона. Таким образом, принципы небесной механики — это "классика" в том смысле, что и сегодня они такие же, как во времена Ньютона.
Законы движения Ньютона. Чтобы лучше понять методы и результаты небесной механики, познакомимся с законами Ньютона и проиллюстрируем их простыми примерами.
Закон инерции. Согласно этому закону, в системе отсчета, движущейся без ускорения, каждое тело сохраняет состояние покоя или прямолинейного и равномерного движения, если на него не действует внешняя сила. Это противоречит положению аристотелевой физики, утверждающему, что для поддержания движения тела требуется сила. Закон Ньютона говорит, что внешняя сила необходима только для приведения тела в движение, для его остановки или для изменения направления и величины его скорости. Темп изменения скорости тела по величине или направлению называется "ускорением" и свидетельствует о том, что на тело действует сила. Для небесных тел обнаруженное из наблюдений ускорение служит единственным указателем действующей на них внешней силы. Понятие о силе и ускорении позволяет с единой позиции объяснить движение всех тел в природе: от теннисного мяча до планет и галактик. Поскольку объект, движущийся по искривленной траектории, испытывает ускорение, было заключено, что Земля на ее орбите вокруг Солнца постоянно подвергается влиянию силы, которую назвали "гравитацией". Задача небесной механики состоит в том, чтобы определить действующую на небесное тело силу гравитации и выяснить, как она влияет на его движение.
Закон силы. Если к телу приложена сила, то оно движется ускоренно, причем чем больше сила, тем больше ускорение. Однако одна и та же сила вызывает различное ускорение у разных тел. Характеристикой инертности тела (т.е. сопротивления ускорению) служит его "масса", которую в первом приближении можно определить как "количество вещества": чем больше масса тела, тем меньше его ускорение под действием заданной силы. Таким образом, второй закон Ньютона утверждает, что ускорение тела пропорционально приложенной к нему силе и обратно пропорционально его массе. Если из наблюдений известны ускорение тела и его масса, то, используя этот закон, можно вычислить действующую на тело силу
Закон противодействия. Этот закон утверждает, что взаимодействующие тела прилагают друг к другу равные по величине, но противоположно направленные силы. Поэтому в системе из двух тел, влияющих друг на друга одинаковой по величине силой, каждое испытывает ускорение, обратно пропорциональное его массе. Значит, лежащая на прямой между ними точка, удаленная от каждого обратно пропорционально его массе, будет двигаться без ускорения, несмотря на то, что каждое из тел движется ускоренно. Эту точку называют

"центром масс"; вокруг нее обращаются звезды в двойной системе. Если одна из звезд вдвое массивнее другой, то она движется вдвое ближе к центру масс, чем ее соседка.
Законы Кеплера. Чтобы изучать движение небесных тел, познакомимся с силой гравитации. Лучше всего это сделать на примере взаимного движения двух тел: компонентов двойной звезды или Земли вокруг Солнца (для простоты предполагая, что другие планеты отсутствуют). К таким системам применимы законы Кеплера. В основе их лежит тот факт, что оба взаимодействующих тела движутся в одной плоскости. Это означает, что и сила гравитации всегда лежит в той же плоскости.
Закон эллипсов. Первый закон Кеплера утверждает, что планеты Солнечной системы движутся по эллипсам, в одном из фокусов которого находится Солнце. Фактически этот закон справедлив только для системы из двух тел, например для двойной звезды. Но и в Солнечной системе он выполняется довольно точно, поскольку на движение каждой планеты в основном влияет массивное Солнце, а все остальные тела влияют несравненно слабее.
Закон площадей. Если отмечать не только положение планеты, но и время, то можно узнать не только форму орбиты, но и характер движения планеты по ней. Оно подчиняется второму закону Кеплера, утверждающему, что линия, соединяющая Солнце и планету (или компоненты двойной звезды), за равные интервалы времени "заметает" равные площади. Например, эта линия между Солнцем и Землей каждые сутки заметает 2r1014 квадратных километров. Из закона площадей следует, что Солнце притягивает планету строго по прямой, соединяющей их центры. Верно и обратное: для любой центральной силы справедлив второй закон Кеплера.
Рассмотрим планету (рис. 1), перемещающуюся из точки А в В за единицу времени. Если бы притяжение к точке О, где расположено Солнце, отсутствовало, то за следующую единицу времени планета переместилась бы в точку Y, такую, что АВ = BY. С другой стороны, при наличии притяжения покоящееся в точке В тело переместилось бы за это время на расстояние x. Чтобы найти точку С, в которую действительно переместится планета, проведем прямую CY длиной x параллельно OB. Перпендикуляры, опущенные из точек Y и C на отрезок OB, очевидно, равны между собой. Если отрезок YD есть перпендикуляр из точки Y, а отрезок AE - перпендикуляр из точки A, то и они равны между собой из равенства треугольников YDB и AEB. Следовательно, высоты треугольников OBC и OBA равны, а значит, равны и площади этих треугольников, поскольку OB - их общее основание. Тем самым мы доказали, что за равные времена прямая, соединяющая планету с Солнцем (ее называют "радиусом-вектором" планеты), заметает равные площади. Если бы сила притяжения не была направлена точно к Солнцу, то отрезок CY не был бы параллелен прямой OB, и наше доказательство не было бы справедливым.
Разумеется, приведенное выше доказательство справедливо лишь для бесконечно малых значений углов BOC и BOA. Однако любой отрезок орбиты можно представить как последовательность большого числа таких фигур, поэтому и для него доказательство останется справедливым.
Гармонический закон. Еще больше можно узнать о силе гравитации из третьего закона Кеплера, связывающего размер планетной орбиты с периодом обращения по ней. Его называют гармоническим законом, поскольку склонный к мистике Кеплер считал эту связь проявлением "небесной гармонии". Закон гласит, что если a - большая полуось эллиптической орбиты планеты, а P - период обращения по ней, то отношение a3/P2 одинаково для всех планет. Рассмотрим некоторую планету, обращающуюся вокруг Солнца по круговой орбите радиуса a. Солнце притягивает ее с постоянной по величине силой, сообщая ускорение, необходимое для равномерного изменения направления движения. Найдем это ускорение, вычислив изменение скорости планеты V за единицу времени (рис. 2). За период оборота планеты по орбите, равный 2pa/V, вектор скорости совершает полный поворот. Поэтому изменение скорости за это время равно длине окружности радиуса V. Изменение скорости за единицу времени, т.е. ускорение, составляет
Обозначив орбитальный период через P, мы можем записать скорость как V = 2pa/P. Тогда из выражения для ускорения получим, что оно пропорционально (a/P)2/a, или a/P2. Домножив числитель и знаменатель на a2, запишем это выражение так: (a3/P2)Ч(1/a2). Но, согласно гармоническому закону Кеплера, первый сомножитель постоянен - его значение одинаково для всех тел Солнечной системы. Значит, центростремительное ускорение и вызывающая его сила гравитации пропорциональны второму сомножителю, т.е. изменяются обратно пропорционально квадрату расстояния от Солнца. (Хотя мы доказали это только для круговой орбиты, более изощренные математические методы позволяют доказать это и для эллиптических орбит.)

Гармонический закон утверждает, что период обращения планеты зависит только от ее расстояния от Солнца и не зависит от ее массы. Значит, все тела, движущиеся по одной орбите, должны иметь одинаковую скорость.
Закон всемирного тяготения Ньютона. Анализируя законы Кеплера и наблюдательные данные о движении Луны, Ньютон сформулировал новый закон: каждая частица вещества притягивается к любой другой частице вдоль соединяющей их прямой с силой, прямо пропорциональной произведению их масс и обратно

пропорциональной квадрату расстояния между ними. Это всеобщий закон; он не ограничен влиянием Солнца на планеты. Он описывает также взаимодействие двух звезд, планеты и ее спутника, Земли и метеорита, Солнца и кометы. Все вещество во Вселенной подчиняется этому закону, поэтому его называют законом всемирного тяготения. Всеобщность этого закона дополняется его уникальностью: как доказали математики, планетные орбиты имеют вид эллипсов, в фокусе которых находится Солнце, только в том случае, если притяжение меняется обратно пропорционально квадрату расстояния. Казалось бы, попытка на основе ньютоновых законов движения и гравитации исследовать относительное движение взаимно притягивающихся тел должна привести к выводу знакомых нам законов Кеплера. Но это решительно не так, ибо законы Кеплера справедливы только в том случае, если: 1) взаимодействуют не более двух тел; 2) тела движутся по замкнутым орбитам; 3) масса одного из тел пренебрежимо мала по сравнению с массой другого. Эти условия делают анализ предельно простым, но они совершенно не обязательны для применения законов движения и гравитации. Используя эти общие законы, мы можем пренебречь указанными ограничениями. Сделаем это, отказываясь каждый раз лишь от одного из них. Во-первых, можно показать, что орбита может быть не только эллипсом (частный случай которого - окружность), но также параболой или гиперболой. Все эти кривые называют "коническими сечениями", поскольку они получаются при пересечении прямого кругового конуса плоскостью. Круг и эллипс - замкнутые кривые; парабола и гипербола - незамкнутые. Спутник, движущийся по замкнутой орбите, совершает одинаковые обороты снова и снова, а спутник, движущийся по незамкнутой кривой, приближается к главному телу с бесконечно далекого расстояния и, пролетев поблизости от него, вновь удаляется на бесконечность. Во-вторых, можно показать, что "постоянная" величина a3/P2 в гармоническом законе численно равна сумме масс двух взаимодействующих тел, если a выражено в расстояниях Земли от Солнца (в астрономических единицах), P - в периодах обращения Земли (в годах), а масса - в сумме масс Земли и Солнца. Поскольку в Солнечной системе масса любой планеты не превосходит тысячной доли массы Солнца, величины a3/P2 для всех планет различаются не более чем на 0,1%. Будь планеты массивнее, Кеплер не смог бы сформулировать свой гармонический закон. В общем виде этот закон выглядит так:

$$a^3 / P^2 = M + m,$$

где M и m - массы компонентов системы, например Земли и Луны или звезд в двойной системе, причем значения масс могут быть любыми. (Все значения величин в этой формуле должны быть выражены в единой системе, например: астрономическая единица, год, масса Солнца.) Этот закон астрономы используют для определения масс различных космических объектов. Можно также исследовать поведение трех или более взаимно притягивающихся тел. Закон тяготения позволяет вычислить силу, действующую на каждое из тел со стороны остальных, а законы движения - определить, как изменяется от этого его скорость. В случае двух тел их траектории движения могут быть представлены простыми уравнениями Кеплера. Но если тел больше, то это невозможно сделать с помощью конечного числа уравнений. Этот последний случай наиболее часто встречается в небесной механике Солнечной системы. Важную проблему трех тел представляет система Земля - Луна - Солнце, но и здесь для точного вычисления орбиты Луны приходится учитывать возмущения со стороны других планет (особенно Юпитера и Сатурна), влияние экваториального вздутия Земли и даже влияние приливов, которые Луна вызывает в океанах Земли. Интерес к классической небесной механике значительно возрос в последние десятилетия в связи с необходимостью расчета орбит искусственных спутников и межпланетных аппаратов. Мощные компьютеры сделали возможным быстрое решение любой небесно-механической задачи с высокой точностью. Впервые для таких расчетов был использован компьютер SSEC фирмы IBM размером с комнату. Для вычисления положений Юпитера, Сатурна, Урана, Нептуна и Плутона с интервалом в 40 сут с 1653 по 2060 ему понадобилось 140 ч; сегодня рядовой компьютер делает это менее чем за 2 с. Теперь с помощью мощнейших компьютеров стало возможным решать такие задачи, которые были совершенно не доступны классической небесной механике: можно проследить на протяжении миллиардов лет эволюцию скопления, состоящего из сотен тысяч звезд; можно детально рассчитать, как исказится форма двух сталкивающихся галактик. Компьютер вдохнул новую жизнь в небесную механику.

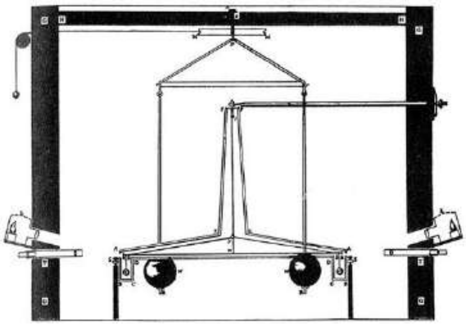
Давайте посмотрим на запись закона всемирного тяготения Ньютона, связывающего силу притяжения F между двумя материальными точками, в которых сосредоточены массы M и m , разделяемые расстоянием R : $F = G \cdot M \cdot m/R^2$ – и осознаем одну неприятную вещь. А именно: значение коэффициента пропорциональности $G = 6{,}672 \cdot 10^{-11}$ Н·м^2/кг^2, называемого гравитационной постоянной, очень маленькое в знакомых нам единицах измерения (метры, килограммы, ньютоны). Если сто грамм на ладошку положить (полстакана воды) – это будет сила тяжести в один ньютон.

Прикинем, каковы гравитационные силы. Пусть каждый из вас весит порядка ста килограммов (не хочу никого обидеть, просто округляю для простоты вычислений) и находитесь за партами друг от друга на расстоянии одного метра. Подставляем эти значения в формулу и находим силу нашего взаимного притяжения: $F \sim 10^{-10} \cdot 100 \cdot 100/1^2 = 10^{-6}$ (Н), это одна миллионная от ста граммов или одна десятая доля миллиграмма. Это притяжение друг к другу вы не ощущаете, хотя закон говорит, что оно есть. Т.е. гравитация – самая слабая из всех природных сил, она практически неощутима. Почему же мы чувствуем, что нас к сиденью притягивает?

Очень малое значение гравитационного коэффициента говорит о том, что только большие массы могут ощутимо взаимодействовать друг с другом. Например, масса всей Земли – она большая, поэтому мы ощущаем притяжение к ней. А сидя рядом друг с другом, даже и не догадываемся, что существует сила гравитации.

Есть и другая особенность. Если сравнить значение этой физической константы с другими, например, зарядом электрона e = 1,60217739·10^{-19} Кл, что сразу бросается в глаза? Огромная разница в количестве значащих цифр. Естественно задать вопрос: электроном, значит, физики интересуются, измерили его заряд до десяти значащих цифр, а гравитацию почему-то проигнорировали? Почему они не хотят измерить точно?

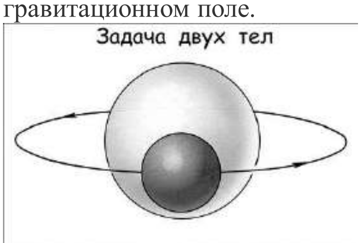
Отнюдь – хотят, но не могут. Ведь в формулу наряду с G входит величина M , но откуда мы можем знать массу Земли, кто-то ее взвешивал? Ее ведь на весы не положишь. Ускорение свободного падения $a = F/m$, а значит, и произведение $G \cdot M$ мы можем измерить точно. Но чтобы отделить их друг от друга, надо действовать как-то по-другому.



Сначала в этой константе была уверенно известна только одна значащая цифра, в XIX веке узнали вторую, в середине XX века третий знак появился, совсем недавно – четвертый. Пятый еще пока пытаются выяснить: даже при использовании самых лучших методов он у всех разный определяется, большей точности достичь не получается.

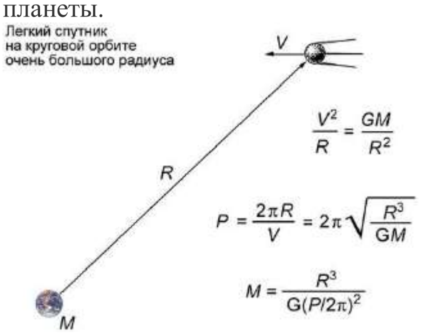
Движение двух тел

Единственное тело в абсолютной пустоте будет лететь по прямой, потому что на него никакие внешние силы не действуют – этот случай тривиальный и неинтересный. А простейшей задачей небесной механики считается задача двух гравитационно взаимодействующих тел. Но ее можно еще упростить, если взять одно тело очень массивное, а другое очень маленькое. Малое тело движется под влиянием центростремительного ускорения, а большому безразлично, что там вокруг него бегает, фактически оно не чувствует чужого присутствия и поэтому неподвижно. Эта ситуация называется задачей одного тела в центральном гравитационном поле.



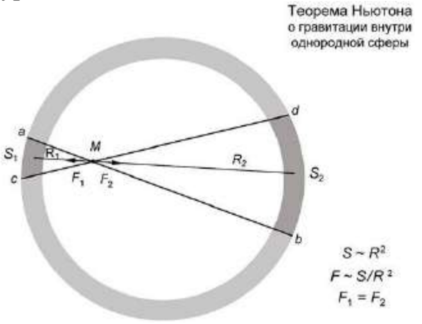
...начинается с задачи о движении одного тела в центральном поле (кеплерово движение)

Если начало системы координат совместить с массивным телом, то вследствие его неподвижности такая система координат будет инерциальной. И это может оказаться очень полезным. Например, для космического аппарата мы можем записать, что действующее на него центростремительное ускорение равно отношению силы гравитационного притяжение к его массе. Если он обращается на достаточно дальней круговой орбите, то, сделав простое преобразование этой формулы, можно однозначно связать орбитальный период с массой притягивающего тела. Собственно говоря, это единственный надежный метод для определения массы планеты.



Но задача становится сложнее, когда спутник находится близко к планете – при этом уже нельзя пренебрегать ее размером и формой. Казалось бы, эта задача очень сложная, потому что для решения надо вычислить притяжение спутника к каждой точке планеты и сложить векторы сил. Также и для геофизика, который интересуется внутренностью планеты и хочет узнать, какова гравитация на нужной глубине: ему надо бы вычислить притяжение ко всем точкам внешней части и ко всем точкам внутренней части. К счастью, еще Ньютон доказал две простые, но очень полезные теоремы, значительно облегчающие вычисления, – и за это ему спасибо.

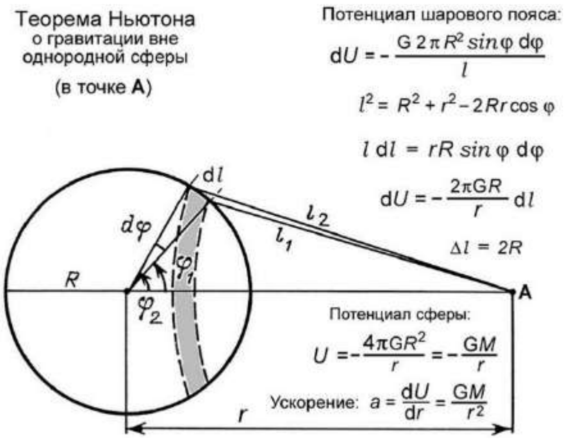
Первая теорема говорит о том, что если у вас есть однородная по плотности сферическая оболочка, то внутри нее гравитация отсутствует и ускорение везде равно нулю. Доказательство можно продемонстрировать на пальцах. Для этого помещаем в произвольное место полости пробный шарик и смотрим, какие силы на него действуют со стороны двух диаметрально противоположных сегментов. Площади и массы обоих сегментов прямо пропорциональны квадрату расстояния, а сила обратно пропорциональна квадрату расстояния, значит, оба оказывают одинаковое влияние на эту точку, но противоположно направленное, то есть силы уравновешиваются.



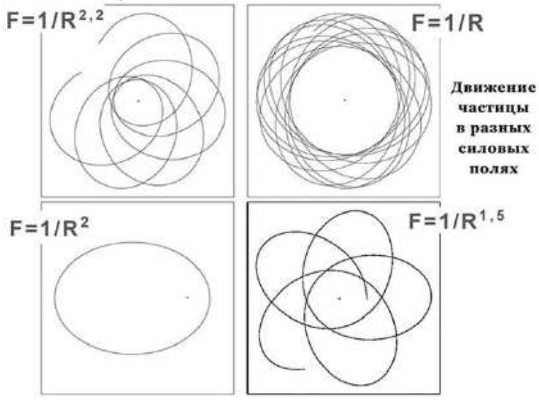
Таким образом, где бы ни находилось тело внутри оболочки, оно пребывает в состоянии невесомости. Даже лучше: когда вы свободно падаете без опоры, то вы тоже испытываете невесомость в течение короткого времени, пока не упали, а в полости вообще нет гравитационного поля и "падать" там можно бесконечно долго.

Теперь из последовательности таких оболочек мы можем собрать всю планету целиком и понять, что для вычисления ускорения свободного падения в какой-то внутренней точке достаточно учитывать только более глубокие слои. А принимать во внимание наружные по отношению к рассматриваемой точке слои, которые лежат поверх, т.е. ближе к поверхности, нет необходимости, потому что они никакого влияния не оказывают. В частности, это приближение верно для Земли, у которой плотность к центру растет, при этом на каждой выбранной глубине она под любой точкой поверхности почти одинакова. Геофизики молятся на эту теорему Ньютона, потому что она позволяет им легко вычислять гравитационное поле внутри шаровидных (сферически симметричных) космических тел. Но для тел другой формы это уже не справедливо.

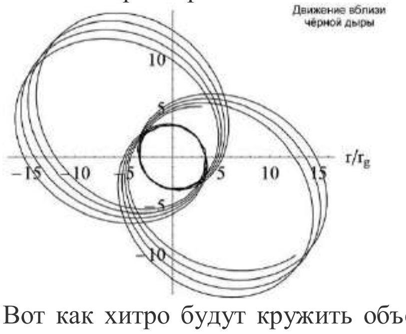
Вторая теорема Ньютона касается притяжения однородной сферической оболочкой тела, расположенного снаружи. Оказывается, в этом случае оболочка на внешнее тело действует так же, как и материальная точка с той же массой в центре сферы. Для доказательства нужно рассчитать гравитационный потенциал в зависимости от расстояния от этой точки до кольца, вырезанного в сфере. При этом кроме теоремы косинусов ничего более сложного знать не обязательно.



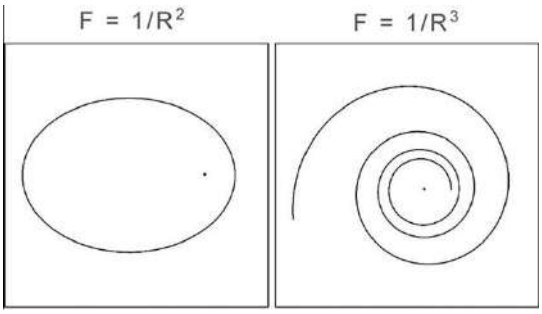
Из серии сферических оболочек можно собрать массивную шаровидную планету или звезду, а, значит, в ее поле тяготения движение всех малых объектов – как спутников, так и мимо пролетающих тел – можно рассчитывать в приближении, будто вся масса шара сосредоточена в центральной точке. Этот факт очень важен для астрономов, потому что все достаточно крупные космические тела почти сферичны, если они не очень быстро вращаются (иначе они становятся эллипсоидами и эти теоремы перестают работать).
Теперь давайте представим себе мир, в котором гравитация не по Ньютону устроена. С помощью простенькой компьютерной программы интегрирования уравнений движения попробуем "поиграть" с законом гравитации, меняя показатель степени m при расстоянии (R^m) в формуле Ньютона. В классическом случае $m = 2$. Запускаем пробное тело вокруг точечной массы и получаем ожидаемый результат: пробное тело бегает по одному и тому же эллипсу.



Если сделаем зависимость гравитации от расстояния более жесткой, увеличив показатель степени чуть-чуть, всего на 10%, то вот что получится: вроде бы движение тоже по эллипсу происходит, но он не остается неизменно ориентированным: его ось понемножечку поворачивается, происходит *прецессия* оси. Теперь возьмем зависимость $F(R)$ немножко мягче ньютоновой, уменьшив m на 25%. При таком законе тоже вырисовывается похожий эллипс, только вращающийся в противоположном направлении. Интересно, что если задать совсем уж невообразимый вариант $m = 1$ (т.е. $F \sim 1/R$), то угловая скорость прецессии оси становится близкой к угловой скорости обращения спутника.
Несмотря на то, что движение кажется хаотичным, можно заметить, что во всех рассмотренных случаях есть границы движения, за которые тело никогда не вылетает. Механики называют такое движение *финитным*, то есть ограниченным в пространстве. Если бы у нас, например, в законе Кулона показатель степени при расстоянии вдруг "поплыл", то электрон, по крайней мере, не убежал бы от ядра и не упал бы на него. Ну, двигался бы немного более хитро, чем в наши дни, но с этим жить можно. Главное – что атом остался бы стабилен, не распался бы.
Эти численные эксперименты – вовсе не блажь. Дело в том, что ньютонов закон действителен только в слабых гравитационных полях; он является, так сказать, лишь первым приближением к реальности. А если вы возьмете уравнения общей теории относительности и на их основе попытаетесь получить ньютоновское приближение, то к основному компоненту $G{\cdot}M/R^2$ добавятся поправки – слагаемые, растущие с увеличением потенциала гравитационного поля. То есть в общей теории относительности гравитация более круто зависит от расстояния, чем по Ньютону. Поэтому есть особенность приближения к объектам очень большой массы, но малого размера.



Вот как хитро будут кружить объекты в окрестности черной дыры: на каждом обороте (от апоцентра до апоцентра) эллипс разворачивается на 180°. При этом происходит не медленный дрейф оси, как в ранее рассмотренных случаях, а прыжки сразу на пол-оборота. Так что наши "игры" с законом притяжения имеют смысл: они позволяют моделировать реальное гравитационное поле вблизи массивных, плотных объектов, нейтронных звезд и черных дыр.



А вот теперь я на целую единицу увеличил показатель (m = 3), сделав еще более жесткую по сравнению с ньютоновой зависимость $F \sim 1/R^3$. Что мы видим: движение становится *инфинитным* , то есть пространственно неограниченным. Конечно, в принципе можно найти для частицы, находящейся на некотором расстоянии от тяготеющего центра, такую скорость, при которой частица пойдет по круговой орбите. Но это движение будет неустойчивым: стоит на какую-то мизерную долю изменить эту скорость, и частица, двигаясь по спирали, либо упадет на центр притяжения, либо навсегда уйдет от него. А в реальности какие-то случайные флуктуации всегда есть. Следовательно, в таком потенциальном поле ни атомов, ни планетных систем существовать не может.

Доказано (это довольно легко сделать), что в законах, описывающих силовые поля, показатель степени m связан с геометрической размерностью физического пространства: он во всех случаях на единицу меньше, чем размерность пространства. Отсюда следует, что из записи фактических законов Кулона и Ньютона мы можем сказать, что наше пространство трехмерное. И что четвертого пространственного измерения у нас нет, иначе бы все давно бы потеряло устойчивость, потому что атомы бы развалились.

Орбитальные параметры

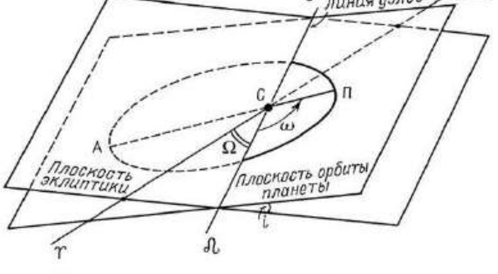
Когда небесные механики интересуются движением тел, они используют специальную систему координат. В принципе, можно было бы ничего не изобретать и взять декартовы координаты. Что нам нужно задать для частицы, чтобы потом рассчитывать движение по орбите? Начальное положение частицы в пространстве и ее начальную скорость. Это векторные величины в пространстве, т.е. каждая их них имеет три компонента. Итого шесть чисел полностью описывают состояние частицы в пространстве. Больше ничего не требуется, у нас есть формула для вычисления гравитационной силы, действующей на небесное тело, и законы механики позволяют нам рассчитать, как она будет двигаться, т.е. положение и скорость в любой момент времени.

Но реально для небесной механики такой подход чаще всего не реализуется, он слишком сложный. Ведь если у нас есть только один тяготеющий центр, то любая отпущенная на свободу частица, какую бы скорость мы ей первоначально ни задали, под действием гравитации будет летать в плоскости и никуда из этой плоскости не выйдет.

Иными словами, у любой частицы есть своя орбитальная плоскость. Вот с ней и любят работать небесные механики, потому что она сразу уменьшает количество пространственных измерений. По крайней мере, на одно: если мы знаем, что тело движется в плоскости, то перпендикулярную ей компоненту скорости и расстояние можно отбросить. А чем меньше уравнений, тем легче решать.

Но надо задать, как орбитальная плоскость рассматриваемого объекта располагается в пространстве. Для этого, естественно, сначала выбирается базовая координатная плоскость, от которой ведется отсчет (обычно это плоскость *эклиптики* Солнечной системы). Чтобы описать, как в пространстве располагается орбитальная плоскость относительно базовой, надо определить угол, под которым они пересекаются. Этот угол называется *наклонение*.

Важно не запутаться в терминах, потому что астрономы употребляют два похожих слова: «наклонение» и «наклон», которые означают вовсе не одно и то же. В отличие от наклонения, *наклоном* называют угол между осью собственного вращения планеты и ее орбитальной плоскости (например, наклон земной оси равен 23,5°).



☊ и ☋ - восходящий и нисходящий узлы орбиты; i - наклонение
Ω - долгота восходящего узла (из южного полушария в северное)
ω - угловое расстояние перицентра от восходящего узла

Пересечение орбитальной и базовой плоскости называется *линией узлов* . Эта прямая проходит через два узла: восходящий и нисходящий. Восходящий узел – точка, где планета из южной полусферы неба переходит в

северную, а нисходящая – где планета "ныряет" из северного полушария в южное. Обозначаются они, соответственно, символами ☊ и ☋.
Второй параметр, который надо указать для небесных координат, определяет ориентацию линии узлов в пространстве. Базовое направление мы можем задать на точку весеннего равноденствия, Солнце каждый год через нее проходит. Угол Ω между линией узлов и базовым направлением называется *долготой восходящего узла*.
Итак, орбитальную плоскость, наклонение и ориентация мы определили. Теперь надо определить характер движения планеты в этой плоскости. В простейшем случае, когда система состоит из одной звезды и одной планеты, она движется по эллипсу. А у эллипса есть только две характеристики: размер и форма. Размер – это длина большой оси, а форму можно определить через параметр *эксцентриситет*.
Четыре параметра у нас есть, вроде бы достаточно? Ан нет, не достаточно! Сам-то эллипс в орбитальной плоскости как ориентирован? Значит, надо указать угол его ориентации – например, между линией узлов и направлением на перицентр П (точку орбиты, ближайшую к центру притяжения).
Итак, пять параметров указали, можем ли, наконец, произвести расчет движения планеты в будущее и в прошлое? Нет, нам надо знать, где планета на этом эллипсе находится в начальный момент времени, чтобы начать вычисления. Например, можно задать момент времени, когда она проходит через перицентр или апоцентр, или через какую-то другую определяемую точку – это уже шестой параметр.
Значит, шесть величин задают полный набор начальных условий, ровно столько их было и в декартовых координатах. Но параметры в небесных координатах позволяют проще решать задачу, даже можно аналитически это сделать.

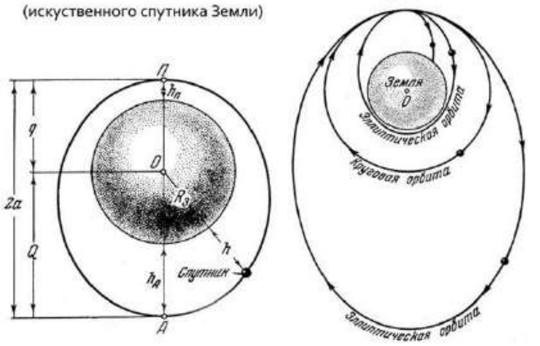
Как летают спутники

Если нам надо рассматривать движение искусственных спутников Земли, то определять базовую плоскость через эклиптику, т.е. брать в качестве базовой плоскость орбиты нашей планеты особого смысла нет. Ведь спутники всегда летают не очень далеко от Земли, им нет никакого дела до того, как она сама движется вокруг Солнца. Поэтому наклонение плоскости орбиты спутников обычно отсчитывают от экватора земного, а не небесного. Плоскость земного экватора в этом отношении очень полезная, потому что планета у нас довольно симметрична относительно экватора, и это упрощает математические расчеты. Остальные параметры определяют аналогично: например, направление линии узлов – как всегда, на точку весеннего равноденствия.

Теперь давайте посмотрим, как могут двигаться спутники после запуска. Берем и подвешиваем тело над Землей и сообщаем ему импульс. Например, по какой линии движется камень, брошенный под углом к вертикали? Школьный учебник утверждает, что по параболе. Но так ли это?
По этой кривой тела движутся в однородном поле гравитации, когда везде ускорение свободного падения одинаково направлено. Но наша Земля – не плоскость бесконечной протяженности (как ее в древности представляли, на слонах и китах лежащей), а шар. Т.е. она притягивает к своему центру как точка (выше мы говорили, что это следует из второй теоремы Ньютона). Поэтому, как бы мы тело ни кинули, оно полетит по эллипсу. Если с маленькой скоростью, то оно упадет, но все равно будет двигаться по дуге эллипса.
Давайте теперь будем бросать тело горизонтально со всё большей и большей скоростью. Сначала они будут ударяться о поверхность Земли, заканчивая свое эллиптическое движение, при этом точка старта будет апоцентром (наиболее удаленная от центра точка эллипса). При некоторой скорости мы, в конце концов, добиваемся, чтобы тело летало по круговой орбите. А если придать еще большую начальную скорость, то оно также полетит по эллипсу, только теперь точка старта станет не апо, а перицентром.

Параметры орбиты ИСЗ

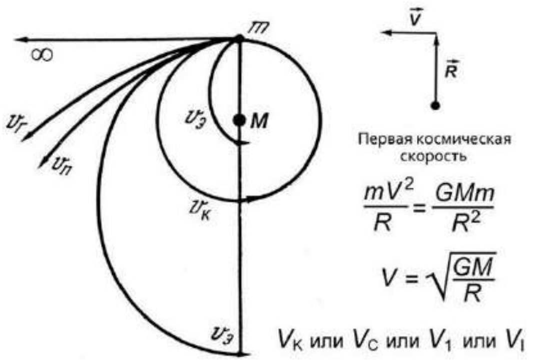
(искуственного спутника Земли)



Кстати, в сообщениях ТАСС и других СМИ вам никогда не скажут, каково расстояние перицентра или апоцентра орбиты того или иного спутника до центра Земли. У них своя особенность языка, они говорят в других терминах – "высота полета космического тела", это расстояние от поверхности. На иллюстрации показана взаимосвязь этих величин. Но для физика важно знать истинные параметры эллипса – расстояние от центра тяготения, значит надо не забывать всегда прибавлять радиус Земли.

А что будет, если еще больше будем наращивать скорость? При некоторой скорости мы получим параболическое движение, тело при этом отрывается, уходит в бесконечность и там замирает, потому что в пределе на бесконечном расстоянии скорость будет нулевой. А если еще больше задать начальную скорость, тогда оно улетает по гиперболе и на бесконечности продолжает двигаться, потому что у него есть запас энергии. И, наконец, если мы метнули это тело с бесконечно большой скоростью, то оно уйдет по прямой линии, вообще «не ощущая» гравитации.

Зависимость формы орбиты от модуля начальной скорости

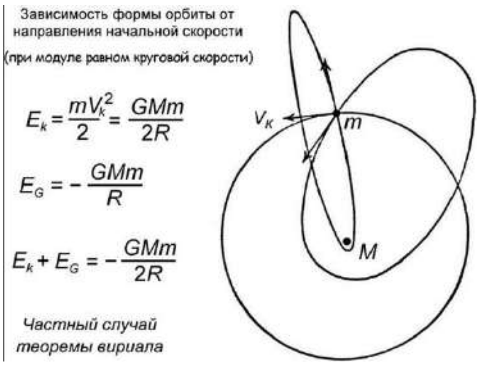


Теперь подсчитаем, с какой скоростью надо запустить тело, чтобы оно на круговую орбиту вышло. Если тело движется по кругу, то надо центростремительное ускорение приравнять к отношению силы гравитации к массе тела. Из этого уравнения получаем выражение для скорости, которая называется *первой космической.* Важно подчеркнуть, что это векторная величина, т.е. эту скорость надо сообщить спутнику обязательно в нужном направлении.

Однако в телерепортаже мы видим, что ракета стартует с космодрома всегда вертикально вверх, а потом говорят, что ракета набрала первую космическую скорость и вышла на круговую орбиту вокруг Земли. Что дальше было бы, если бы она набрала первую космическую в вертикальном направлении? Вышла бы она на круговую орбиту? Конечно, нет – она бы упала обратно.

Кстати, понятие первой космической скорости (называемой также *круговой скоростью)* v_1 определяют не только у поверхности планеты: поэтому всегда надо уточнять – в каком месте. В формулу входит расстояние до центра планеты; подставляйте сюда другие значения – и вы получите разные значения первой космической скорости. У поверхности Земли или на небольшой высоте (150–200 км), где уже почти нет воздуха, она около 8 км/с, но при удалении от Земли она уменьшается обратно пропорционально корню из расстояния.

Итак, если мы придали телу первую космическую скорость точно в направлении перпендикулярном вектору расстояния, то оно выйдет на круговую орбиту. Но если вы ошиблись с направлением, то получим никакой не круг, а эллипс, хотя и модуль скорости был правильный! Это очень большая проблема для инженеров, которые планируют космические запуски: малейшее отклонение – и привет: спутник может даже войти в атмосферу Земли и сгореть. Обратите внимание, когда запуск космической ракеты долго показывают: сначала она вертикально уходит в стратосферу, а потом постепенно поворачивает, поворачивает, поворачивает – и на высоте 50–70 км начинает двигаться уже параллельно поверхности Земли, и ей надо набрать соответствующую высоте первую космическую скорость, иначе она грохнется обратно на планету.



Для тела, равномерно движущегося по круговой орбите, можно легко записать выражения для его кинетической и потенциальной (гравитационной) энергии. Потенциальная энергия отрицательна, потому что это энергия связи двух тел. Полная энергия движущегося с первой космической скоростью тела в точности равна кинетической по модулю, но они имеют разные знаки. Мы эту формулу только для кругового движения вывели, но оказывается, она справедлива для любого движения и для любой системы гравитационно взаимодействующих точек – это называют теоремой о *вириале*. Это очень важная теорема, особенно для тех, кто занимается изучением одновременного движения многих тел, скажем, в звездном скоплении, содержащем миллионы звезд. Просчитать их движение по отдельности невозможно, разве что на суперкомпьютерах. Но даже не зная индивидуальных траекторий и скоростей, мы всегда можем быть уверенными, что полная и кинетическая энергии этой кучи звезд равны по модулю.

В сущности, вся небесная механика работает сейчас на космонавтику. Но об этом – в следующей лекции .

Небесная механика - раздел астрономии, в котором на основе законов и принципов механики изучается движение в пространстве различных естественных и искусственных небесных тел. Небесная механика как строго обоснованная наука возникла после открытия И. Ньютоном закона всемирного тяготения (см. Гравитация). На этот закон, а также на три закона механики опирается в своих исследованиях небесная механика.

Небесная механика использует аналитические, качественные и численные математические методы исследования и решения уравнений движения небесных тел. Аналитические методы позволяют находить решение задач в виде формул. Качественные методы дают возможность узнать свойства решений, не находя сами решения. Численные методы, получившие очень большое распространение в наши дни благодаря появлению мощных электронных вычислительных машин (ЭВМ), дают решения в виде таблиц, содержащих координаты небесных тел.

К числу объектов исследования небесной механики относятся планеты, спутники, кометы, малые планеты, звезды, космические системы, искусственные спутники, автоматические межпланетные станции.

Небесная механика исследует движения больших планет Солнечной системы относительно Солнца, движения спутников планет, малых планет и комет, а также движения звезд в звездных системах, искусственных небесных тел (см. Астродинамика).

В математической постановке перечисленные проблемы сводятся к решению трех основных задач небесной механики.

В наименее сложной задаче двух тел требуется определить движение в пространстве двух небесных тел, взаимно притягивающих друг друга в соответствии с законом всемирного тяготения.

Эта задача решена полностью. Установлено, что орбиты небесных тел относительно их центра масс могут быть только эллиптической, параболической или гиперболической формы. При решении этой задачи (так же как и задачи трех тел) небесные тела считаются материальными точками, т. е. предполагается, что их размеры во много раз меньше, чем расстояния между ними (что и наблюдается в действительности) .

Наиболее подходящая система, к которой применима задача двух тел, - система «Солнце - планета». Еще И. Кеплер в начале XVII в. открыл три закона движения планет (см. Кеплера законы), которые, как оказалось позже, являются частным (эллиптическим) случаем решения задачи двух тел.

Но в природе все взаимосвязано. Поэтому движение планет происходит под влиянием не только Солнца, но и других планет, оказывающих друг на друга «возмущающие» влияния. По этой причине для более точного описания движения планет используется другая математическая модель - задача трех и большего числа тел. К сожалению, эта задача не может быть решена в точном виде. Однако созданы многочисленные приближенные методы для ее решения, которыми пользуются астрономы, в частности для расчета координат планет. По результатам сложных вычислений, выполняемых на ЭВМ, регулярно издаются астрономические ежегодники, содержащие координаты больших планет и другие сведения, нужные астрономическим обсерваториям для организации наблюдений и обработки их результатов (см. Астрономические ежегодники и календари).

При изучении движения естественных и искусственных спутников, обращающихся на относительно небольших расстояниях от планет, нельзя считать планету материальной точкой, а следует учитывать ее форму, а также вращение ее вокруг оси, сопротивление, оказываемое на движение спутника планетной атмосферой. Эти задачи стали особенно актуальными в связи с запуском искусственных спутников.

В настоящее время созданы методы исследования движения искусственных спутников Земли, основанные на точном решении уравнений движения в поле тяготения сжатой осесимметричной планеты с использованием ЭВМ. Эта проблема относится к задаче о движении материальной точки в поле притяжения центрального тела, имеющего форму, отличную от шара.

Перечисленные задачи небесной механики называются прямыми задачами. К обратным задачам относят определение сил, действующих на космические объекты, и их масс по известному их движению. В результате изучения движения искусственных спутников Земли уточнены форма Земли и распределение плотности вещества внутри ее, а также определена плотность атмосферы на разных высотах над Землей и в разные времена года. По движению искусственных спутников Луны были определены полярное и экваториальное сжатия Луны и другие величины, характеризующие гравитационное поле Луны.

Одним из наиболее замечательных достижений небесной механики было открытие планеты Нептун. Изучая движение планеты Уран, У. Леверье и Дж. Адамс предсказали существование неизвестной в то время планеты, которая вносила неправильности в движение Урана, определили элементы ее орбиты и массу. Эти расчеты полностью подтвердились наблюдениями, выполненными И. Галле на Берлинской обсерватории, в результате которых в 1846 г. была открыта планета Нептун.

https://fizi4ka.ru/egje-2018-po-fizike/zakony-sohranenija-v-mehanike.html

https://studfile.net/preview/7791507/page:8/

https://nsportal.ru/download/yandex.html#https://nsportal.ru/sites/default/files/2020/10/31/5._primenenie_energii.docx

https://uformat.ru/exercises/ispolzovanie-zakonov-mehaniki-dlya-razvitiya-kosmicheskih/